

**XXXIII CONGRESO ARGENTINO DE PROFESORES  
UNIVERSITARIOS DE COSTOS**

**"TOPSIS EN ACCIONES CON VARIABLES LINGUISTICAS"**

**Autores:**

*Raúl Alberto Ercole (Socio Activo)*

*Catalina Lucía Alberto (Socio Activo)*

*Claudia Etna Carignano (Socio Activo)*

*e-mail:*

*ercole3@fibertel.com.ar*

*catalina.alberto@gmail.com*

*claudiacarignano@gmail.com*

*AREA TEMÁTICA: Costos y gestión, temas doctrinarios*

**MAR DEL PLATA. Octubre 2010**

## **1. ÍNDICE**

<b>1. INDICE</b>	<b>1</b>
<b>2. RESUMEN</b>	<b>2</b>
<b>3. OBJETIVO</b>	<b>3</b>
<b>4. GENERALIDADES DEL MÉTODO TOPSIS</b>	<b>3</b>
<b>5. EL MODELO</b>	<b>4</b>
<b>6. EL FUNCIONAMIENTO PROPUESTO DEL MODELO</b>	<b>5</b>
<b>7. APLICACIÓN DEL MODELO</b>	<b>11</b>
<b>8. BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>13</b>

## 2. RESUMEN

*El presente trabajo pretende analizar la aplicación de una herramienta adecuada de elección de una acción o alternativa en el seno interno de una Organización, en donde se presenten las características que distintas acciones o alternativas son factibles, que los decisores sean múltiples, que existen diversos criterios o pautas de evaluación con diferente peso o ponderación y que se puedan usar variables lingüísticas tanto en el peso o ponderación de los criterios como en la evaluación de acciones o alternativas. En este sentido, el trabajo propone la utilización de la herramienta TOPSIS en un entorno borroso o difuso.*

*Aún en las pequeñas organizaciones se ha observado con notable claridad los desafíos de distinta índole en lo que se refiere a la provisión de servicios profesionales. Claramente la Contabilidad de Gestión es objeto de requerimiento por parte de los usuarios de las organizaciones, que necesitan cada vez más análisis especiales, de mayor complejidad y profundidad y fundamentalmente de mayor calidad con la aplicación de técnicas renovadas. Es aquí, entonces, donde la mayor capacitación necesaria de los profesionales se hace evidente.*

*Los modelos cuantitativos de apoyo a las decisiones son sumamente relevantes en esta nueva necesidad de brindar servicios profesionales más abarcativos y especializados y de allí que la propuesta del trabajo se oriente hacia la aplicación concreta de nuevos análisis y metodologías que colaboren eficazmente en algo tan propio de la disciplina como la orientación en el proceso decisorio.*

### 3. OBJETIVO

*El objetivo del presente trabajo es visualizar la aplicación de una herramienta adecuada de elección de una acción o alternativa (toma de decisión entre acciones posibles) en el seno interno de una Organización, en donde se presenten las siguientes características:*

- o distintas acciones o alternativas son factibles*
- o existe la posibilidad que los decisores sean múltiples*
- o existen diversos criterios o pautas de evaluación*
- o tanto en el peso o ponderación de los criterios como en la evaluación de acciones o alternativas se usan variables lingüísticas (entorno difuso o borroso).*

*El trabajo propone la utilización de la herramienta TOPSIS para el propósito detallado. El método se enmarca en la temática de evaluación multicriterio discreta, se denomina TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) y fue desarrollado por Hwang y Yoon (1995). La técnica TOPSIS forma parte de metodologías relativamente recientes caracterizadas por una peculiar receptividad dado que se insertan en contextos muy diversos para la toma de decisiones. Los modelos multicriterio son más flexibles que los unicriterios y se pliegan con mayor fidelidad a la demanda y a la práctica de los decisores y analistas. Brindan las mejores alternativas decisorias con objeto de proponer, si no las soluciones óptimas, por lo menos las “mejores” soluciones de compromiso para los problemas bajo análisis. En síntesis, la técnica TOPSIS se basa en el concepto que es deseable que una alternativa determinada se ubique a la distancia más corta respecto de una solución ideal positiva y a la mayor distancia respecto a una solución ideal negativa. Una solución ideal se define como un conjunto de niveles (o puntuaciones) ideales respecto a todos los atributos considerados de un determinado problema, aun cuando la solución ideal usualmente sea imposible o no sea factible de obtener. En consecuencia, desde este punto de vista la racionalidad de la conducta humana consiste en ubicarse lo más cerca posible de tal solución ideal y en alejarse lo más posible de una solución antiideal o ideal negativa.*

*TOPSIS define un índice llamado similaridad (o proximidad relativa) respecto a la solución ideal positiva combinando la proximidad a la solución ideal positiva y la lejanía respecto a la solución ideal negativa. Se selecciona aquella alternativa que se ubica lo más lejos posible a la máxima similaridad respecto a la solución ideal negativa.*

*En este trabajo, el método TOPSIS se adapta a una aplicación combinada a variables lingüísticas en un marco de lógica difusa. Por variable lingüística se entiende una variable cuyos valores son palabras o sentencias en un lenguaje natural o artificial. Por ejemplo la importancia de un criterio es una variable lingüística si sus valores son lingüísticos en vez de numéricos, del tipo muy bajo, bajo, medio, alto o muy alto.*

*A los elementos señalados se le agrega, como se especificó anteriormente, la posibilidad que los decisores sean múltiples (obviamente, con diferentes opiniones) y ello hace, sin duda, más interesante y completo el análisis de la viabilidad de la aplicación de la herramienta de decisión multicriterio.*

### 4. GENERALIDADES DEL MÉTODO TOPSIS

*Se expresó anteriormente que TOPSIS define un índice llamado similaridad (o proximidad relativa) respecto a la solución ideal positiva combinando la proximidad a la solución ideal positiva y la lejanía respecto a la solución ideal negativa y se selecciona*

aquella alternativa que se ubica lo más lejos posible a la máxima similaridad respecto a la solución ideal negativa.

TOPSIS es un método de decisión multicriterio de ordenación para identificar las soluciones de un conjunto finito de alternativas. El principio básico es que la alternativa elegida debe tener la menor distancia a la solución ideal positiva y la mayor distancia a la solución ideal negativa. Una solución ideal se define como una colección de puntuaciones o valores en todos los atributos considerados en la decisión, pudiendo suceder que tal solución sea inalcanzable. El vector compuesto por los mejores valores del  $j$ -ésimo atributo respecto de todas las acciones posibles es el que recibe el nombre de "solución ideal positiva"; recíprocamente, la "solución ideal negativa" será aquella cuyo vector contenga los peores valores en todos los atributos. A fin de definir la solución ideal, el método TOPSIS define un índice de similaridad que se construye combinando la proximidad al ideal positivo y la lejanía respecto al ideal negativo. El método admite variantes en su aplicación y pueden definirse algoritmos particulares que contemplen las variantes previstas.

## 5. EL MODELO

Los problemas de toma de decisión se centran en el proceso de encontrar la mejor alternativa entre varias factibles. Dichas alternativas son las distintas acciones que podrá encarar el decisor y se simbolizan como el conjunto  $A$  de " $m$ " integrantes:

$$A = \begin{bmatrix} A1 \\ A2 \\ \vdots \\ Am \end{bmatrix}$$

Dichas acciones serán elegidas luego de analizada la información del proceso decisorio y tenido en cuenta las variables endógenas y exógenas que hacen a la situación. De hecho, para la elección de las acciones se operará con un modelo que respete los objetivos organizacionales. En muchos casos el problema de decisión se va definiendo hacia una salida final de un único decisor. En otros, la posibilidad de decisores múltiples es factible. El presente trabajo supone, simplemente para una visión más integral del modelo, decisores múltiples que "etiquetan" las alternativas con sus comentarios que posteriormente deberá sintetizar el modelo de decisión escogido. Se supondrá, entonces, que los decisores son múltiples personas que forman el conjunto  $D$ :

$$D = [D1, D2, \dots]$$

Los decisores evaluarán las distintas alternativas con variados criterios. Se está en presencia, consecuentemente, de un modelo decisorio multiatributo o multicriterio.

Los aspectos o pautas o criterios que se tomarán en cuenta para ejercer el proceso decisorio forman el conjunto  $C$  de " $n$ " integrantes:

$$C = [C1, C2, \dots, Cn]$$

Los criterios seguramente no tendrán la misma relevancia entre sí dentro de un proceso decisorio y por ello se asocia los mismos un peso o ponderación formando el conjunto  $W$  de " $n$ " integrantes:

$$W = [W1, W2, \dots, Wn]$$

En este modelo en particular se considera la utilización de variables lingüísticas para los pesos de los criterios y se opera con números triangulares borrosos para la

representación de cada etiqueta, lo que sin duda brinda mayor flexibilidad al proceso de decisión.

Una variable lingüística toma valores que son palabras o sentencias. Es decir, admite que sus valores sean etiquetas. Además, cada etiqueta es un término que se define como un conjunto difuso o borroso.

Un número borroso triangular se define con 3 elementos (a, b, c) y con una función de membresía del tipo:

- o igual a 0 si  $x < a$
- o igual a  $\frac{x - a}{b - a}$  si  $a \leq x \leq b$
- o igual a  $\frac{x - c}{b - c}$  si  $b \leq x \leq c$
- o igual a 0 si  $x > c$

Se observa que el valor de la membresía es uno cuando  $x = b$ .

Por ejemplo, las etiquetas correspondientes al peso o importancia de los criterios y sus números borrosos positivos (a, b, c) pueden asumir la siguiente representación (u otra alternativa, si se desea):

PESO	Número BORROSO asociado		
Relevancia escasa	0	0	0,3
Relevancia moderada	0	0,3	0,5
Relevante	0,2	0,5	0,8
Relevancia alta	0,5	0,7	1
Relevancia muy alta	0,7	1	1

Del mismo modo, el rating o calificación que cada decisor brinda a cada una de las acciones o alternativas (para cada uno de los criterios) forma la matriz X, en la que cada elemento:

$$X_{ij} = \text{rating}$$

de la acción "i" en el criterio "j"

("i" varía de 1 a m y "j" varía de 1 a n)

Dicho rating queda expresado también como una variable lingüística con números borrosos triangulares del tipo (a, b, c). Las etiquetas pueden asumir los conceptos de muy bueno, bueno, regular, malo y muy malo, o bien otra escala similar.

Hasta aquí han sido descriptos los elementos que integran el modelo.

## 6. EL FUNCIONAMIENTO PROPUESTO DEL MODELO

El modelo puede funcionar según diferentes modalidades. La variante escogida supone una serie de pasos en su aplicación que se pueden expresar del modo siguiente:

PASO 1

Los decisores (más de uno en esta ejemplificación) evalúan la importancia o peso de cada criterio y lo presentan haciendo uso de la variable lingüística pertinente. Por ejemplo, para un caso de evaluación de “m” candidatos (A1, A2,……, Am) para una posición laboral determinada, existen “n” criterios y pueden existir 2 decisores (D1, D2) que presentan sus opiniones así:

CRITERIOS	D1	D2
1 - Conocimiento del sector (CONOC)	Relevancia alta	Relevancia muy alta
2 - Habilidad de comunicación (HAB COM)	Relevante	Relevancia moderada
¿???????????		
3 - Fluidez en idioma extranjero (IDIOMA)	Relevancia alta	Relevante

PASO 2

Los decisores usan las variables lingüísticas correspondientes al rating de las acciones para evaluar la calificación de cada alternativa o acción en cada uno de los criterios presentes en esta decisión. Por ejemplo, los 2 decisores evalúan las “m” alternativas en el primer criterio del modo siguiente:

CRITERIO	ACCION	D1	D2
	A1	Regular	Bueno
Conocimiento del sector (CONOC)	Am	Muy bueno	Bueno

PASO 3

Se convierten las evaluaciones lingüísticas del Paso 1 en números borrosos triangulares, de acuerdo con la tabla pertinente. De este modo, se logra formar la matriz de ponderación o peso borroso de los criterios.

Dado que los decisores son múltiples (2 en el ejemplo), hay para cada criterio, 2 opiniones de su peso (y a su vez, cada etiqueta implica un número borroso triangular).

Por ello se propone que cada elemento (a, b, c) del número borroso final se obtenga como promedio de los elementos correspondientes a los decisores.

Ejemplo: peso del criterio CONOC

- etiqueta D1 = relevancia alta (0.5, 0.7, 1)

- etiqueta D2 = relevancia muy alta (0,7, 1, 1)

En este caso el elemento “a” del número borroso final del peso del criterio será:

$$a = \frac{0,5 + 0,7}{2} = 0,6$$

Del mismo modo se calculan los elementos “b” y “c”

Finalizado el paso 3 queda, consecuentemente, una matriz de pesos borrosos para los distintos criterios:

$$[W_1, W_2, \dots, W_n]$$

Cada elemento de la matriz es un número borroso triangular.

PASO 4

El mismo procedimiento utilizado en el paso 3 se sigue para convertir las evaluaciones lingüísticas del paso 2 en una matriz de decisión borrosa.

Para cada acción en cada criterio, hay una opinión por decisor (2, en el supuesto) de su rating (y a su vez, cada etiqueta implica un número borroso triangular).

Por ello se propone que cada elemento (a, b, c) del número borroso final se obtenga de igual modo que en el Paso 3, es decir como promedio de los elementos correspondientes a los decisores.

Finalizado el paso 3 queda, consecuentemente, una matriz de decisión constituida por números borrosos triangulares con el siguiente diseño:

	CRIT 1	CRIT 2	CRIT 3		CRIT n
ACC 1	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$		$x_{1n}$
ACC 2	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$		$x_{2n}$
ACC m	$x_{m1}$	$x_{m2}$	$x_{m3}$		$x_{mn}$

PASO 5

Consiste en la preparación de la matriz de decisión borrosa normalizada.

La normalización es necesaria para transformar distintos criterios de escala en los criterios, si los hubiere, en una escala comparable.

Para la normalización existen alternativas diferentes. Las más conocidas son la normalización por suma o la normalización euclídea.

Una alternativa viable en cuanto a su sencillez es emplear una escala lineal para transformar varios criterios de escala en una comparable.

A partir de cada número borroso correspondiente a las acciones ( $x_{ij}$ ):

$$x_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$$

se obtiene un número borroso triangular normalizado dividiendo cada elemento del número borroso anterior por el valor máximo del elemento "c" en cada criterio

$$r_{ij} = \left( \frac{a_{ij}}{c_j \max}, \frac{b_{ij}}{c_j \max}, \frac{c_{ij}}{c_j \max} \right)$$



De este modo el procedimiento asegura que los números borrosos resultantes siguen perteneciendo al entorno  $[0, 1]$ .

La matriz normalizada resultante es una matriz de dimensión  $m \times n$  ("m" es cantidad de alternativas y "n" es cantidad de criterios) con el siguiente diseño:

	CRIT 1	CRIT 2	CRIT 3		CRIT n
ACC 1	$r_{11}$	$r_{12}$	$r_{13}$		$r_{1n}$
ACC 2	$r_{21}$	$r_{22}$	$r_{23}$		$r_{2n}$
ACC m	$r_{m1}$	$r_{m2}$	$r_{m3}$		$r_{mn}$

### PASO 6

Consiste en la preparación de la matriz de decisión borrosa normalizada ponderada por el peso de los criterios.

En este caso, cada número borroso triangular de la matriz obtenida en el paso anterior debe ser afectado por el peso o ponderación del criterio respectivo, obteniendo un nuevo número borroso triangular del modo siguiente:

$$v_{ij} = r_{ij} * w_j$$

El diseño de la matriz resultante es similar a la obtenida en el paso anterior (matriz de dimensión  $m \times n$ ):

	CRIT 1	CRIT 2	CRIT 3		CRIT n
ACC 1	$v_{11}$	$v_{12}$	$v_{13}$		$v_{1n}$
ACC 2	$v_{21}$	$v_{22}$	$v_{23}$		$v_{2n}$
ACC m	$v_{m1}$	$v_{m2}$	$v_{m3}$		$v_{mn}$

### PASO 7

En este estado de la aplicación del método, es posible definir las soluciones ideal positiva (A+) e ideal negativa (A-) también como números borrosos triangulares.

Para la solución ideal positiva podría considerarse la siguiente solución:

$$A^+ = [v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+]$$

donde  $v_j^+$

sea el máximo para cada criterio o pauta.

Del mismo modo, para la solución ideal negativa, se tiene:

$$A^- = [v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-]$$

donde  $v_j^-$

sea el mínimo para cada criterio o pauta.

Sin embargo, puede utilizarse un método alternativo con números triangulares borrosos equivalentes a números reales, que representen indubitablemente el máximo y el mínimo, respectivamente, de cada criterio, es decir:

$$A^+ = [(1,1,1), (1,1,1), \dots, (1,1,1)]$$

$$A^- = [(0,0,0), (0,0,0), \dots, (0,0,0)]$$

siendo los valores óptimos y antióptimos de cada uno de los números borrosos que conforman la matriz calculada en el paso anterior, para cada uno de los criterios. De igual modo que con la otra alternativa, se podría simbolizar estas matrices como:

$$A^+ = [v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+]$$

$$A^- = [v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-]$$

### PASO 8

El siguiente paso consiste en calcular la distancia entre cada acción o alternativa y las soluciones ideal positiva e ideal negativa, respectivamente, lo que debe ser efectuado para cada uno de los criterios o pautas intervinientes en el proceso de decisión.

Puede calcularse la distancia entre 2 números borrosos con un resultado también difuso (por ejemplo, una distancia euclídea).

Sin embargo, la distancia entre dos números borrosos triangulares "h" y "k" puede ser calculada también eliminando la borrosidad y arribando a un número concreto, mediante el procedimiento:

$$d(h, k) = \sqrt{\frac{1}{3}[(a_h - a_k)^2 + (b_h - b_k)^2 + (c_h - c_k)^2]}$$

Consecuentemente, se calcula la distancia entre las matrices obtenidas en los pasos 6 y 7, del modo siguiente:

$$d(v_{ij}, v_j^+) = \sqrt{\frac{1}{3}[(a_{ij} - 1)^2 + (b_{ij} - 1)^2 + (c_{ij} - 1)^2]}$$

$$d(v_{ij}, v_j^-) = \sqrt{\frac{1}{3}[(a_{ij} - 0)^2 + (b_{ij} - 0)^2 + (c_{ij} - 0)^2]}$$

y finalmente se calcula la distancia conjunta final de cada alternativa o acción al ideal positivo y al ideal negativo, sumando las distancias obtenidas para cada criterio:

$$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d(v_{ij}, v_j^+)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(v_{ij}, v_j^-)$$

en ambos casos para

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

lo que permite construir una tabla del tipo:

ACCION	IDEAL POSITIVO A+	IDEAL NEGATIVO A-
ACC 1	$d_1^+$	$d_1^-$
ACC 2	$d_2^+$	$d_2^-$
ACC m	$d_m^+$	$d_m^-$

### PASO 9

En este paso se calcula el índice de similaridad de cada acción o alternativa, lo que permitirá el ordenamiento final de las mismas.

Para el cálculo del índice de similaridad de cada alternativa al ideal positivo (lejanía al ideal negativo), se establece la siguiente relación:

$$IS_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}$$

Tal cual se observa en la relación el IS calcula la lejanía al ideal negativo en relación a la suma de distancias hacia ambos ideales.

Obviamente, el IS mayor de todas las acciones indicará cuál de ellas es la preferida.

## 7. APLICACIÓN DEL MODELO

Aún en las pequeñas organizaciones se ha observado con notable claridad los desafíos de distinta índole en lo que se refiere a la provisión de servicios profesionales. Claramente la Contabilidad de Gestión, que comenzó a redefinir sus objetivos ante la globalización, es objeto de requerimiento por parte de los usuarios de las organizaciones, que necesitan cada vez más análisis especiales, de mayor complejidad y profundidad y fundamentalmente de mayor calidad con la aplicación de técnicas renovadas. Es aquí, entonces, donde la mayor capacitación necesaria de los profesionales se hace evidente.

Los modelos cuantitativos de apoyo a las decisiones son sumamente relevantes en esta nueva necesidad de brindar servicios profesionales más abarcativos y especializados. La Contabilidad de Gestión debe hacer suyos nuevos análisis y metodologías que colaboren eficazmente en algo tan propio de la disciplina como la orientación en el proceso decisorio.

El presente modelo se enmarca en ese enfoque y su utilidad nace justamente de su versatilidad y su sencilla aplicación. En efecto, pueden reunirse las siguientes características con el uso del modelo:

- es apto para un decisor particular o para un comité de decisores.
- es simple en la aplicación para decisores no avezados en modelos cuantitativos pues sólo es necesario que operen con variables lingüísticas, mucho más amigables y conocidas, en brindar el peso o ponderación de los criterios y en brindar el rating o calificación de cada una de las acciones para cada uno de los criterios.
- se aplica a cualquier situación decisoría que tenga alternativas diferentes (acciones).
- permite evaluar las alternativas con múltiples criterios o pautas.
- permite brindar diferente peso o ponderación a cada criterio.
- su mecanismo técnico es simple en sus pasos matemáticos, por lo que facilita la programación o creación de un software adecuado para su aplicación, que permita visualizar las salidas finales desde las entradas brindadas por un decisor no especializado en métodos cuantitativos.
- permite variantes en la creación de los pasos técnicos, tal como se expresó en cada uno de los mismos.
- es de destacar la flexibilidad del método que, con sus ponderaciones a libre elección del decisor/es, permite distintos análisis de sensibilidad en la obtención de un rating de preferencia de las acciones posibles; es, entonces, una herramienta útil e importante en la decisión.

Consecuentemente, es hora de pensar en la extensión de estos modelos hacia las pequeñas organizaciones. El analista o asesor de Gestión futuro necesariamente

*deberá ser interdisciplinario y trabajar y coordinar equipos con la ayuda de tecnología apropiada. Parece tarea ardua en la realidad de la crisis argentina, pero el esfuerzo bien vale la pena si se desean Organizaciones eficientes en un futuro país en crecimiento.*

## 8. BIBLIOGRAFÍA

- CHEN-TUNG CHEN - "Extensions of the TOPSIS for group-decision making under fuzzy environment" - *Fuzzy Sets and Systems* Vol 114 (2000) 1-9
- ALBERTO, CATALINA - CARIGNANO, CLAUDIA - "APOYO CUANTITATIVO A LAS DECISIONES" – Segunda Edición - Asociación Cooperadora de la Facultad de Ciencias Económicas - UNC – Córdoba, 2007 – ISBN 978-987-23497-5-2
- MALLO, Paulino E. y otros – "Gestión de la incertidumbre en los negocios" – RIL Editores – Editorial Melusina – Santiago de Chile, 2004 – ISBN 956-284-398-X
- KOSKO, Bart – "Pensamiento borroso" – Traducción castellana de Juan Pedro Campos – CRÍTICA – Barcelona, 1995 – ISBN 84-7423-698-3