

# V CONGRESO DE COSTOS DEL MERCOSUR

## "OPTIMIZACIÓN EN INCERTIDUMBRE"

### **Autores:**

Raúl Alberto Ercole (Socio Activo) - Universidad Nacional de Córdoba - Universidad Católica de Córdoba

Catalina Lucía Alberto (Socio Activo) - Universidad Nacional de Córdoba

Claudia Etna Carignano (Socio Activo) - Universidad Nacional de Córdoba

e-mail:

ercole3@fibertel.com.ar  
catalina.alberto@gmail.com  
claudiacarignano@gmail.com

### **ACERCA DE LOS AUTORES**

#### **Raúl Alberto Ercole**

Profesor Titular por Concurso en las asignaturas referentes a Costos en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba.

Profesor Titular de Costos en la Facultad de Ciencias Económicas y Administración de la Universidad Católica de Córdoba.

Profesor del Curso de Posgrado de Especialización en Costos para la Gestión desarrollado por el IAPUCO (Instituto Argentino de Profesores Universitarios de Costos) en la asignatura Métodos Cuantitativos de Gestión.

Consultor en la especialidad de Costos y Gestión.

Coautor de textos de Costos y autor de numerosos trabajos presentados a Congresos Nacionales e Internacionales.

Contador Público y Licenciado en Administración, títulos otorgados por la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba.

#### **Catalina Lucía Alberto**

Doctora en Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba.

Profesora Adjunta por Concurso en Investigación Operativa en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba.

Profesora del Curso de Posgrado de Especialización en Costos para la Gestión desarrollado por el IAPUCO (Instituto Argentino de Profesores Universitarios de Costos) en la asignatura Métodos Cuantitativos de Gestión.

Directora de proyectos de investigación. Autora de numerosos artículos científicos publicados en revistas de la especialidad.

Codirectora de G.A.M.A. (Grupo de Análisis Multi Atributo), cuyo objetivo es la investigación y asesoramiento en áreas inherentes al proceso de toma de decisiones y

evaluación de organizaciones y sistemas, mediante la utilización de técnicas que provee la Investigación Operativa.

**Claudia Etna Carignano**

Magíster en Planificación y Gestión Educacional, título otorgado por la Universidad Diego Portales. Chile.

Especialista en Enseñanza de la Educación Superior, título otorgado por la Universidad Católica de Cuyo.

Contadora Pública Nacional, título otorgado por la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba.

Profesora Titular por concurso en Sistemas de Gestión I de la Facultad Regional Córdoba de la Universidad Tecnológica Nacional.

Profesora Adjunta por Concurso en Investigación Operativa en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba.

Profesora del Curso de Posgrado de Especialización en Costos para la Gestión desarrollado por el IAPUCO (Instituto Argentino de Profesores Universitarios de Costos) en la asignatura Métodos Cuantitativos de Gestión.

Directora de proyectos de investigación. Autora de numerosos artículos científicos publicados en revistas de la especialidad.

**CATEGORÍA DEL TRABAJO:** Metodologías, Técnicas y Herramientas vinculadas con la enseñanza de Costos y Gestión.

**LA PLATA, Junio 2010**

## **1. INDICE**

<b>1. INDICE</b>	<b>2</b>
<b>2. RESUMEN</b>	<b>3</b>
<b>3. OBJETIVO</b>	<b>4</b>
<b>4. DECISIÓN Y UNIVERSO</b>	<b>4</b>
<i>UNIVERSO CIERTO</i>	4
<i>UNIVERSO INCIERTO</i>	5
<i>UNIVERSO HOSTIL (Teoría de Juegos)</i>	5
<i>UNIVERSO ALEATORIO O PROBABILÍSTICO</i>	5
<i>SENSIBILIDAD DE UN MODELO DE DECISIÓN</i>	5
<b>5. MODELOS PARA DECISIONES</b>	<b>6</b>
<b>6. INTRODUCCIÓN A LA OPTIMIZACIÓN EN SIMULACIÓN</b>	<b>8</b>
<b>7. OPTIMIZACIÓN CLÁSICA DETERMINÍSTICA: MEZCLA ÓPTIMA</b>	<b>8</b>
<b>8. OPTIMIZACIÓN CON INCERTIDUMBRE</b>	<b>9</b>
<b>9. APLICACIONES</b>	<b>13</b>
<b>10. CONCLUSIÓN</b>	<b>14</b>
<b>11. BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>15</b>

## **2. RESUMEN**

El objetivo del presente trabajo es realizar comentarios referentes a ciertas situaciones decisorias. Concretamente, aquéllas en las que es necesario optimizar una decisión (generalmente obteniendo el máximo o el mínimo de una o más variables) pero que no encuadran en el modelo clásico determinístico, Esto es, existen variables de entrada (datos) que presentan incertidumbre y son medibles probabilísticamente.

El modelo clásico de optimización opera bajo el supuesto de certidumbre en los parámetros, es decir variables ciertas y conocidas.

Sin embargo, su enorme potencial de contribución a la toma de mejores decisiones hace importantísima la postura y la investigación de su aplicación a situaciones inciertas, ingresando en el clásico campo de la simulación.

El objeto del trabajo se centra, entonces, en la combinación de dos técnicas o herramientas conocidas de apoyo a las decisiones, pero generalmente aplicadas por separado y en situaciones disímiles.

Aplicando la combinación se avanzará no sólo en el enfoque conceptual sino también en un ejemplo sencillo que permita visualizar los resultados de la conjunción.

### 3. OBJETIVO

El objetivo del presente trabajo es realizar comentarios referentes a las decisiones organizacionales que tienden a la optimización de situaciones y las herramientas pertinentes a tal propósito.

Es ampliamente conocida la utilización de la técnica de programación matemática para la optimización de decisiones. La misma puede ser diseñada de una manera lineal, entera o no lineal según las características de las variables de entrada (inputs) y de los objetivos buscados (outputs). También se aplica la técnica de programación de metas y de objetivos múltiples en diseños más complejos.

Cabe referir que estos modelos de programación matemática responden a un criterio eminentemente prescriptivo porque señalan el curso de acción que debe seguir una organización para alcanzar sus metas. Entre los elementos de un modelo de optimización están objetivos, variables de decisión y restricciones. En estos modelos la función es conocida y cierta y las variables conocidas o bajo control.

Existen otros modelos en donde el criterio es descriptivo. Representan una situación o problemática analizada. Son útiles para pronosticar la conducta de un sistema pero no para identificar el mejor curso de acción que debe seguirse. En estos modelos la función es conocida y las variables desconocidas o inciertas.

Puede expresarse, entonces, que en la medida que existan sucesos en los que la incertidumbre juega un papel importante, sería de suma utilidad poder combinar la optimización de situaciones (prescriptivo) con el pronóstico de la conducta del sistema (descriptivo). Ello permitiría incluir variables de entrada (inputs) con incertidumbre, para analizar posibles resultados en los objetivos, que a su vez, intentarían optimizarse con la aplicación del modelo prescriptivo.

El objetivo concreto del trabajo es el desarrollo de este análisis.

### 4. DECISIÓN Y UNIVERSO

En un problema de decisión, a menudo los resultados que se obtienen al seleccionar una alternativa se ven condicionados por la presentación de ciertos sucesos o estados de la naturaleza que no dependen del tomador de decisiones.

Los estados naturales representan variables exógenas no controlables que, independientemente de la alternativa seleccionada, su presentación en una determinada situación modifica los resultados de la acción seleccionada.

Según el grado de conocimiento que se tenga del sistema en el cual se presenta el problema, las características intrínsecas del mismo y las leyes que lo gobiernan, los problemas de decisión se clasifican en cuatro grupos:

- Problemas de Universo Cierto o Determinístico
- Problemas de Universo Incierto
- Problemas de Universo Hostil
- Problemas de Universo Aleatorio o Estocástico

#### UNIVERSO CIERTO

En este caso se conoce con exactitud cuál es el estado de la naturaleza que se presentará ante determinadas circunstancias. Es decir que existe certeza de lo que ocurrirá durante el período en cual se tomará la decisión. Por lo tanto el decisor conoce la compensación que obtendrá, la cual puede ser tomada como función de decisión.

Situaciones de este tipo se presentan cuando el conjunto de estado naturales (Y) está formado por un único elemento o bien, cuando estando integrado por más de un elemento, existe uno de ellos con alta probabilidad de presentación y los restantes con probabilidad muy baja o casi nula.

De esta manera, conocida la función de decisión  $d(x)$ , se deberá encontrar el valor de  $x$  que la optimice.

La Programación matemática una de las técnicas más representativas en este universo.

## **UNIVERSO INCIERTO**

En estos casos el tomador de decisiones conoce los distintos estados de la naturaleza, pero desconoce cuál de ellos se presentará y tampoco conoce la probabilidad de presentación asociada a cada uno de ellos. Para la toma de decisiones en este tipo de situaciones existen diferentes criterios o modelos. No es posible decir que uno de estos criterios sea mejor que otro. Lo aconsejable en estos casos, es que el decisor aplique el que considere adecuado, según los datos del problema y a partir de un conocimiento amplio de cómo opera cada criterio y las críticas o desventajas de cada uno.

Estos métodos, conocidos como no probabilísticos, tienen diferentes variantes, como se expresó.

La regla de decisión MAXIMAX determina el máximo valor de la matriz de pagos para cada alternativa y luego selecciona la alternativa asociada con el máximo valor. Por supuesto, dado que el universo es incierto, ese máximo valor puede no ocurrir.

Una regla con un enfoque más conservador es la denominada MAXIMIN, que asume que la naturaleza estará siempre en contra del decisor, independientemente de qué acción siga el mismo. Se determina en primer lugar el mínimo valor posible de la matriz de pagos para cada alternativa y luego se elige la alternativa con el mayor pago mínimo (el máximo de los mínimos).

Otro concepto de modelo de decisión involucra la idea de pérdida de oportunidad. Para aplicar esta regla (MINIMAX REGRET) primero debe convertirse la matriz de pagos en una matriz de costos de oportunidad. La decisión se corresponde a la alternativa con el menor de los máximos costos de oportunidad.

## **UNIVERSO HOSTIL (Teoría de Juegos)**

Este Universo se caracteriza porque los estados naturales están representados por las acciones o estrategias desarrolladas por un competidor u oponente. Es útil para tomar decisiones en los casos en que dos o más de quienes tomen decisiones tengan intereses contrapuestos.

La teoría de juegos, desarrollada por Von Newman y Morgenstern y descrita en su texto clásico de 1944, trata sobre la toma de decisiones bajo conflicto. Un juego incluye dos o más tomadores de decisión que buscan maximizar sus ganancias. El resultado del juego depende de las acciones que toma cada uno de los jugadores. Para analizarlos, los juegos se clasifican por el número de jugadores, por la suma algebraica de todos los pagos y por el número de estrategias o acciones posibles.

## **UNIVERSO ALEATORIO O PROBABILÍSTICO**

Este es el caso objeto del presente trabajo vinculado a las decisiones con incertidumbre, por lo que a continuación se expresan las consideraciones que se estiman pertinentes.

## **SENSIBILIDAD DE UN MODELO DE DECISIÓN**

Cualquier modelo de decisión debe ser sensibilizado a cambios en las variables para analizar el efecto en sus resultados. El clásico análisis de "qué pasa si" es conveniente efectuarlo para las distintas aristas del caso, contemplando los efectos de distintos escenarios.

De uno u otro modo, el análisis de sensibilidad debe ser contemplado en toda decisión y en todo modelo decisorio, pues permite intuir más claramente el riesgo implícito si existe incertidumbre en las variables.

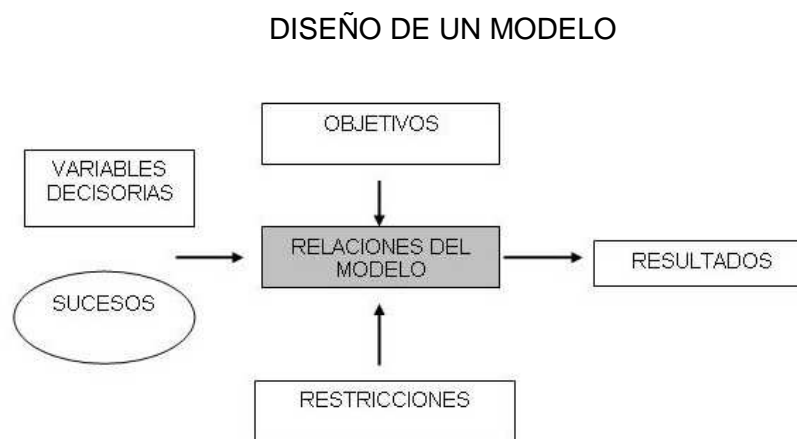
## 5. MODELOS PARA DECISIONES

En términos generales, un modelo es una representación - en la mayoría de los casos simplificada - de la realidad. La construcción de un modelo lleva implícito en cierta forma el "arte de modelar", pues una realidad determinada puede ser representada por modelos contruidos de mejor o peor manera, según no sólo las características de la situación, sino también de las cualidades del modelador.

Hay diferentes tipos de modelos, pero en general en todos ellos podrán definirse o enunciarse:

- o objetivos o metas organizacionales
- o variables decisorias (alternativas o acciones del decisor)
- o eventos o sucesos que pueden ocurrir y que alterarán los resultados del modelo (inciertas)
- o restricciones o limitaciones de la organización o del ambiente externo
- o relaciones entre las variables del modelo
- o resultados que surgen del modelo

Gráficamente, puede expresarse una idea de la modelización como la siguiente figura:



Los modelos de programación matemática trabajan con variables ciertas o conocidas y buscan encontrar los valores de las mismas que en general hagan óptima una función representativa de un determinado objetivo, pudiendo existir un conjunto de restricciones relacionados a las variables o al mismo objetivo. En general los problemas de optimización matemática tienen claramente 3 componentes:

- o **OBJETIVO:** máximo, mínimo o un valor determinado.
- o **VARIABLES DE DECISIÓN:** variables que el decisor puede controlar para lograr la optimización.
- o **RESTRICCIONES:** son límites que de acuerdo a las características del problema, se imponen a las variables de decisión o a las relaciones que se generan a partir de ellas. Las restricciones condicionan los resultados del modelo.

Son, según ya se expresó, modelos prescriptivos pues se desea hallar el valor óptimo (en general máximo o mínimo) del objetivo deseado, con la característica que la función que relaciona variables es conocida y cierta, y las variables independientes son conocidas o se encuentran bajo control del decisor.

Cuando la función objetivo y las restricciones del problema son lineales, se está en presencia de una optimización lineal o modelo de programación lineal (PL).

Para modelar un problema de programación matemática -lineal o no- debe entenderse la organización y específicamente el problema a resolver, identificar claramente el objetivo, clarificar cuáles son las variables independientes (variables de decisión) y cómo expresar las restricciones.

En cambio, un caso que presente incertidumbre en sus variables de entrada debe encararse en su resolución a través de otro modelo, descriptivo, que es la simulación.

Las principales características de este tipo de modelos son:

- opera con distribución de probabilidad que es la función que relaciona los valores aleatorios de una variable con su probabilidad de ocurrencia. Generalmente se considera su valor esperado, que es el promedio de los valores que se podría obtener desde una muestra lo suficientemente grande de la distribución, así como también los valores extremos que pudieran surgir. Un estudio adecuado de la distribución probabilística indica una medida del riesgo en la decisión. La forma y tamaño de las distribuciones de probabilidad dependen del valor de sus parámetros. Así, el parámetro de forma indica la forma básica de la distribución, el de escala la unidad de medida en el rango de la distribución y el de ubicación su relación con el valor cero en el eje horizontal.
- los intervalos de confianza: son muy usados en simulación y representan el rango de valores que puede asumir una variable si se desea un porcentaje determinado de confiabilidad.

La simulación es un método que le permite al decisor estudiar el comportamiento de un sistema real experimentando con un modelo que lo representa, llamado modelo de simulación. Este modelo está formado por las expresiones matemáticas y las relaciones lógicas entre los componentes fundamentales del sistema y que permiten calcular el valor de las salidas de interés dadas las entradas controlables del sistema. El objetivo del proceso de simulación es la ejecución del modelo a través del tiempo, en general en una computadora, para generar mediciones de determinados valores de eficiencia del sistema. A diferencia de los modelos de optimización, en los cuales las entradas son parámetros y las salidas son decisiones óptimas, en los modelos de simulación las entradas son decisiones o parámetros y las salidas son medidas de eficiencia del sistema.

Si bien la simulación adolece de falta de respuestas precisas, indica un comportamiento del modelo, identifica resultados extremos y brinda una aproximación más precisa de los resultados más probables. Ello no es más que la ventaja de poseer otra herramienta previa a la decisión y con el objetivo de lograr que ésta sea la mejor alternativa que se puede escoger con los datos disponibles.

El proceso decisorio - de por sí complejo - se agrava ante la presencia de incertidumbre y riesgo. La conjunción de todos los elementos integrantes de un modelo hace que sea importante el análisis de sensibilidad de las medidas de desempeño o de los resultados del modelo ante cambios en las variables, incertidumbre de las mismas o diferente escenarios posibles.

Dado que la información pertinente para la toma de decisiones es la relevante (futura y diferente en las acciones a considerar), evaluando la sensibilidad de resultados, considerando no sólo la rentabilidad sino también el rendimiento de cada alternativa (en relación a la inversión necesaria), empleando un sistema de información estratégico e implementando un sistema adecuado para medición de incertidumbre y riesgo, es necesario en numerosas oportunidades adaptar el modelo de decisión.

En este sentido, el trabajo enfoca su atención en analizar la combinación de modelos de optimización con modelos que contemplen la incertidumbre propia de toda situación de negocios. De esta manera, se trata de modelar con más afinidad al diario quehacer organizacional, más allá que es absolutamente cierto que la forma en que los individuos y las organizaciones toman las decisiones y la calidad de sus opciones finales no estarán determinadas sólo por la bondad de los modelos decisorios en su expresión cuantitativa, sino también por factores cualitativos y de percepción.

Aceptada esta idea, pueden desarrollarse variados modelos de decisión, pero cada decisor luego deberá adaptarlos a su entorno, a su percepción, para ejercitar una opción o elegir una acción de modo satisfactorio a su sentir.

En todas las organizaciones el proceso decisorio es diferente, justamente por los individuos que la integran, los tiempos que se manejan, el consenso o el disenso, el



análisis de eventos futuros, la consideración del riesgo, los factores cualitativos y la percepción.

## 6. INTRODUCCIÓN A LA OPTIMIZACIÓN EN SIMULACIÓN

Idealmente, como se expresó, la idea es reunir el poder de la optimización para identificar las mejores variables de decisión con el poder de la simulación para describir el comportamiento posible de las variables de salida o resultados.

Los modelos pueden referirse a variadas situaciones en las organizaciones.

Por ejemplo, puede pensarse en una situación en donde la variable de decisión esté referida a cuánto fabricar (o comprar) cuando la demanda es incierta y la insuficiente provisión acarrea pérdida de ventas e insatisfacción de los clientes, mientras que la excesiva provisión implica costos sin o con menor retribución futura (cambio de moda o deterioro, por ejemplo).

Este caso no permite modelarse por programación matemática dado que una variable es incierta. Tampoco es un caso típico de simulación, pues se debe decidir el valor óptimo de una variable (cuánto fabricar o comprar) que no es un elemento habitual de un programa de simulación.

Las variables de salidas se pueden definir como:

- contribución lograda con la venta
- unidades excedentes

La meta en el problema es determinar la mejor orden de aprovisionamiento, teniendo en cuenta el análisis que pueda efectuarse de las 2 variables de salida.

El procedimiento para ir acercándose a una resolución es efectuar simulaciones para cada una de las entradas deseadas o posibles.

Replicando el modelo en sucesivas oportunidades, puede hacerse un amplio listado de los resultados posibles, según cuánto haya sido la orden de compra o fabricación y a cuánto haya ascendido la demanda.

Dicho listado, analizado cuidadosamente, permitiría en teoría tomar una buena decisión, lo que por supuesto no implica en la práctica llegar luego a un buen resultado. Pero un análisis minucioso permite, al menos, estar alerta ante alternativas de decisión que lleven a resultados muy pobres.

Usando distintos modelos de sensibilidad, puede verificarse el cambio en los resultados ante cambios en la variable de decisión o cambios de la variable incierta (demanda).

De hecho que, también, es posible operar con distintas distribuciones de probabilidad para la variable demanda, según los conocimientos que de ella pueda tener el decisor.

Debe recordarse que aún en modelos simples como el descrito intervienen otras variables que pueden considerarse determinísticas (ciertas) o no, según el caso. En este ejemplo, el costo variable del producto y el costo estructural o fijo. De hecho, también, el precio de venta puede considerarse dado para la decisión o relacionar el mismo con la demanda en un modelo de mayor complejidad.

Por supuesto, entonces, es posible la combinación entre modelos que buscan optimizar un resultado con la mejor variable de decisión con otro tipo de modelos que introducen la incertidumbre en los resultados. Pero, dada la complejidad general de las decisiones, no es posible adaptar en forma directa la manera o modo de operar de un programa o modelo de optimización determinístico a situaciones "borrosas".

A continuación, se intentará analizar el modo en que es necesario adecuar el funcionamiento de los modelos.

## 7. OPTIMIZACIÓN CLÁSICA DETERMINÍSTICA: MEZCLA ÓPTIMA

Si todas las variables de ingreso son ciertas y conocidas, puede plantearse el clásico ejemplo de utilización de una programación lineal: el de obtener la mejor mezcla de productos, o sea aquélla que maximice la contribución total a las utilidades.

Supóngase el siguiente caso:

DATOS	PROD A	PROD B	PROD C	TOTAL
Horas necesarias fabric por unidad	6	4	2	
Horas necesarias ensamble por unidad	3	6	9	
Horas necesarias distrib por unidad	2	4	6	
Disponibilidad horas fabricación				1900
Disponibilidad horas ensamble				2400
Disponibilidad horas distribución				1600
Demanda producto en unidades	350	300	100	
Contrib Marg por unidad	\$ 16	\$ 22	\$ 18	

Son 3 productos que presentan restricciones en horas y restricciones de demanda máxima. Se supone que no es deseable la acumulación de inventarios por encima de la misma. En tal caso, el programa de optimización debe plantearse en los términos siguientes:

<p>OBJETIVO: maximizar <math>CMT = 16A + 22B + 18C</math>            VARIABLES DE DECISION: unidades de A, B, C            RESTRICCIONES  <math>6A + 4B + 2C \leq 1900</math>  <math>3A + 6B + 9C \leq 2400</math>  <math>2A + 4B + 6C \leq 1600</math>  <math>A \leq 350</math>  <math>B \leq 300</math>  <math>C \leq 100</math>  <math>A, B, C \geq 0</math>            A, B, C enteras (programación lineal entera)</p>
---

Corriendo el programa de optimización se llega a la solución de producir 106 unidades de producto A, 300 unidades del B y 31 unidades del C, obteniendo una contribución total de \$ 8.854, la máxima factible que respeta todas las restricciones. Se puede verificar que la restricción efectiva está prácticamente en los tres tipos de horas (en realidad no llega al máximo al ser la programación entera). Existe, pues, mínima holgura de horas pero que no son suficientes para agregar una unidad de algún producto. También hay otra restricción que opera en forma efectiva y es la demanda del producto B. Distinto es la problemática si se introduce la incertidumbre. Asumiendo que las contribuciones marginales son más factibles de determinar en forma aproximada, es posible que no ocurra lo mismo con la demanda en la que es más probable suponer valores difusos o inciertos. Sin embargo, puede que la incertidumbre esté presente en ambas variables.

## 8. OPTIMIZACIÓN CON INCERTIDUMBRE

Si se introduce incertidumbre en las contribuciones marginales de los productos y en la demanda, se debe analizar nuevamente todo el problema planteado y proponer una nueva solución.

Puede suponerse, por ejemplo, y sólo como efecto ilustrativo, que ambas variables de entrada (contribuciones marginales y demanda) tienen una distribución probabilística normal con la media igual a los valores del caso cierto y una desviación estándar del 10% de la media.

Para este tipo de análisis de decisión, los conceptos pertinentes a considerar, en general, son:

**OBJETIVO:** son pronósticos que deben ser maximizados o minimizados. La optimización debe referirse a una medida de dicho objetivo, como la media, la desviación estándar o el décimo percentil.

**VARIABLES DE DECISIÓN:** son iguales a las planteadas en un caso determinístico.

**RESTRICCIONES:** son las planteadas en el caso determinístico. Aquellas soluciones que violen dichas limitaciones son consideradas no factibles.

**REQUERIMIENTOS:** puede agregarse una restricción a una determinada medida del pronóstico objetivo. Por ejemplo, que la desviación estándar no exceda un límite o que la media esté en un determinado intervalo. Los requerimientos se pueden evaluar recién después de corrida la simulación y no antes. Consecuentemente, las soluciones que violen requerimientos podrán ser informadas, pero no tienen factibilidad.

Aplicando estos conceptos generales al ejemplo ilustrativo, se tiene que:

Las demandas y las contribuciones marginales son distribuciones normales
Las medias son el valor indicado en cada caso
Las desviaciones estándar son del 10% de la media

Los objetivos están referidos a la media de la contribución marginal y la factibilidad de la solución, esto es que la mezcla propuesta de productos no exceda a la demanda de ninguno de ellos. Para la última puede operarse con una función lógica del tipo:

$SI \text{ (producción} < \text{demanda} = 1; \text{ en caso contrario} = 0)$
---

Luego deberá verificarse para todos los productos que la variable asuma el valor 1.

Dada la incertidumbre ahora presente, el primer paso podría ser correr una simulación con los valores de las variables de decisión que aparecieron optimizando el objetivo en la solución determinística.

En tal caso, posiblemente la media obtenida en la contribución total sea parecida a la lograda con valores determinísticos. Sin embargo, en muchos casos la solución lograda no satisface las restricciones relativas a la demanda (fundamentalmente en el producto B que está en el tope de la demanda). Esto es, como la demanda presenta incertidumbre, muchas veces cae por debajo del valor de compra o producción de alguno de los productos y viola la restricción.

Lo mejor que se podría hacer en este caso es, entonces, encontrar un grupo de decisiones que mantengan un valor alto en el pronóstico elegido de media de contribución total y una factibilidad alta.

Para trabajar este tipo de herramientas es necesario un software específico, dado que un simulador simple permitiría hacer simulaciones para cada solución (cada solución es determinados valores de las variables de decisión, como es 106 unidades de producto A, 300 de B y 31 de C). Así, terminada una simulación para esa solución, deben encararse sucesivas simulaciones para otras soluciones, en una forma de operar muy trabajosa y complicada para obtener conclusiones adecuadas y en forma ordenada.

La forma de operar de un software específico sería, en general, de la siguiente forma:

- o definir las variables de decisión (unidades de cada producto)
- o definir las restricciones (horas y demanda)
- o definir las funciones objetivo (contribución total y factibilidad)
- o definir requerimientos si se desea

Para el ejemplo planteado, se pueden efectuar las siguientes consideraciones

- o las variables de decisión como discretas, en saltos de  $X$  unidades, con límite inferior de cero y límite superior igual a la demanda media; o bien las variables de decisión, en general, pueden ser definidas como continuas.
- o el requerimiento puede ser, por ejemplo, que la solución sea factible por los menos el  $X$  por ciento de las veces o pruebas.

Efectuadas las definiciones previas, puede correrse el programa y la evaluación de los resultados permite un apoyo concreto y práctico para el proceso de toma de decisiones<sup>1</sup>. Utilizando técnicas de optimización avanzadas, el software encuentra la correcta combinación de variables que producen el mejor resultado factible.

<sup>1</sup> El software utilizado en este ensayo es OPTQUEST for Crystall Ball (Oracle)

Para el ejemplo ilustrativo, se corrió el programa de la siguiente forma:

- OBJETIVO: maximizar la media de la contribución total
- RESTRICCIONES: las originales
- VARIABLES DE DECISIÓN: las originales, considerándolas discretas en pasos de a 1 unidad.

- REQUERIMIENTO: que la factibilidad de la solución (la factibilidad está dada en que todos los productos tienen producción  $\leq$  a demanda, o sea que la variable lógica construida asume el valor 1 para los 3 productos) debe ser mayor o igual que el 90%.

Los resultados obtenidos por el programa surgieron de intentar con 100 soluciones simulando 100 pruebas para cada una de ellas (simplemente al efecto ilustrativo, pues estos números se pueden incrementar según desea el usuario).

Lo que buscó el programa, entonces, es una solución (unidades de cada producto) que brinde la media de contribución más alta y que sea factible al menos el 90% de las veces.

La solución hallada en la prueba fue 125 unidades de A, 261 de B y 51 de C. Esta solución brindó una media simulada de contribución total de \$ 9.086,60 (debe recordarse que tanto la demanda como las contribuciones unitarias presentan incertidumbre).

Si esta solución se trasladara al plano determinístico brinda una contribución total de \$ 8.660, menor a la obtenida originalmente. Esto es, si los datos fueran determinísticos, es mejor la primera solución que la última. Pero al ser inciertos, la segunda solución es la óptima.

El programa muestra las otras soluciones factibles, que en este caso fueron 59 (41 fueron factibles menos del 90% de las veces). Las soluciones factibles, para esta corrida de programa, fueron similares entre sí, pero la media de la contribución total resultó menor.

El detalle de las mejores 10 soluciones fue la siguiente:

N° Solución	CMT media	Requerim	Unid A	Unid B	Unid C
69	9.086,60	0,90	125,00	261,00	51,00
54	9.071,47	0,92	126,00	259,00	52,00
64	9.065,62	0,92	124,00	260,00	52,00
55	9.062,50	0,92	125,00	260,00	51,00
53	9.056,33	0,94	127,00	257,00	53,00
81	9.050,48	0,92	125,00	258,00	53,00
68	9.047,36	0,92	126,00	258,00	52,00
75	9.041,35	0,94	126,00	257,00	53,00
65	9.035,27	0,92	126,00	259,00	50,00
72	9.029,42	0,92	124,00	260,00	50,00

Como se observa en el cuadro, las soluciones son muy parecidas entre sí, incluso en el requerimiento que sea factible al menos el 90% de las veces.

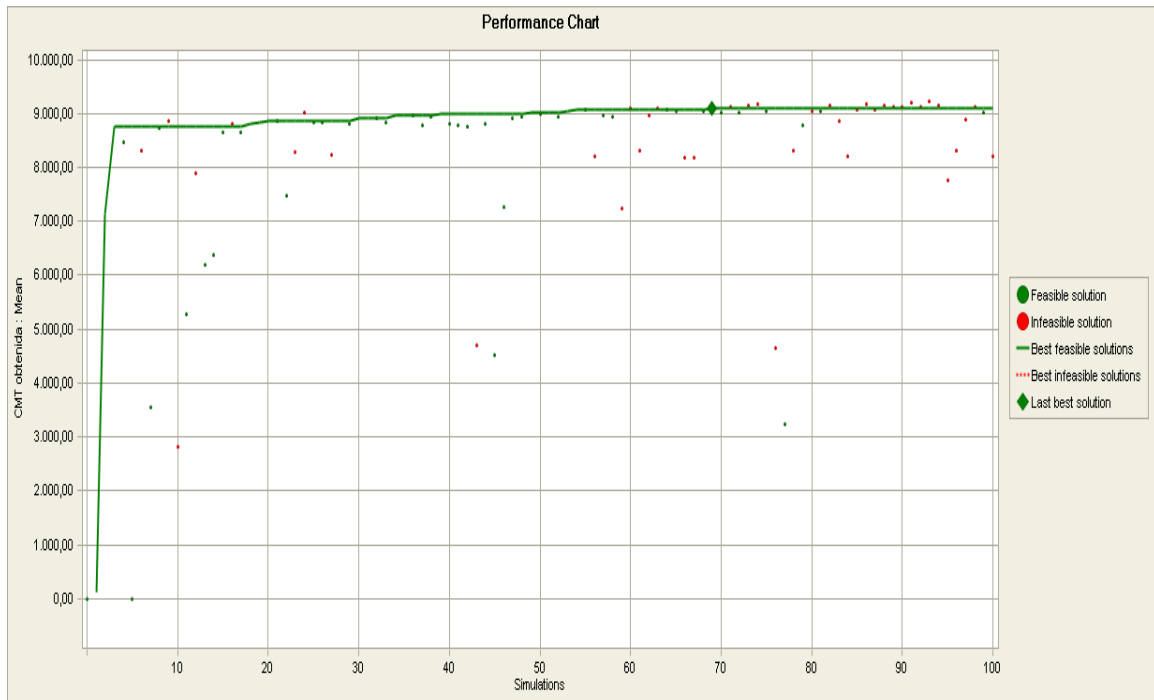
El software brinda numerosas ventanas de posibilidades de análisis.

Es posible verificar todas las soluciones, todas las soluciones factibles, un determinado porcentaje de las soluciones (incluyendo o no las no factibles), o un determinado número o tipo de soluciones.

El gráfico de "performance" permite visualizar cómo se llegó a la mejor solución, según desde cuál alternativa haya partido y según se haya desarrollado esa particular simulación.

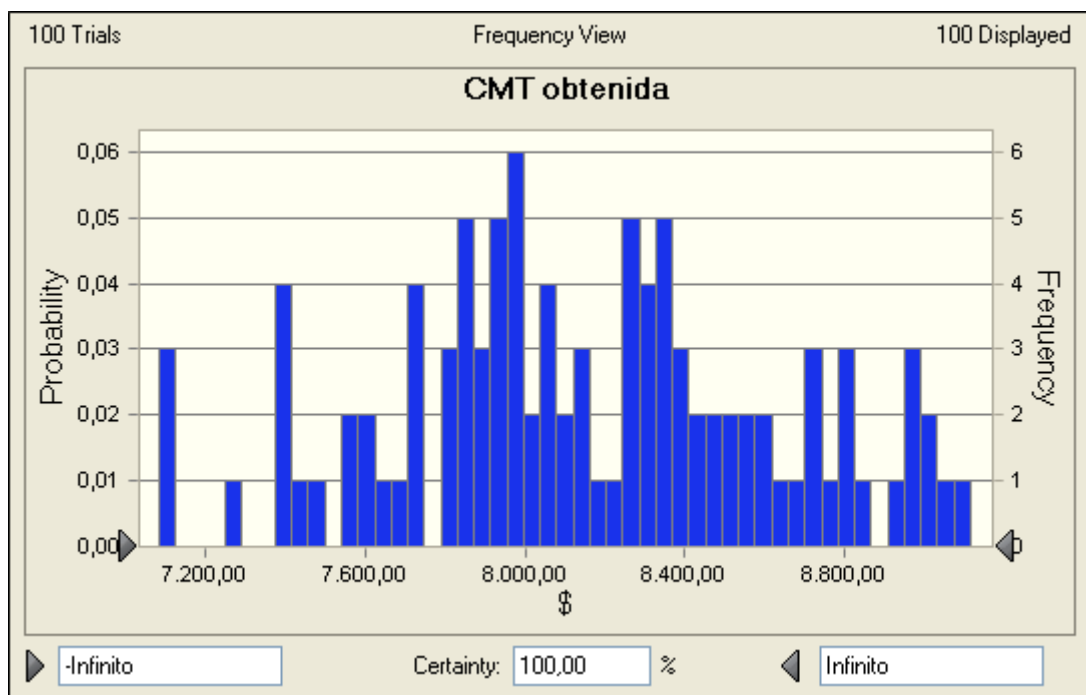
Un ejemplo de este tipo de gráfico es el siguiente:

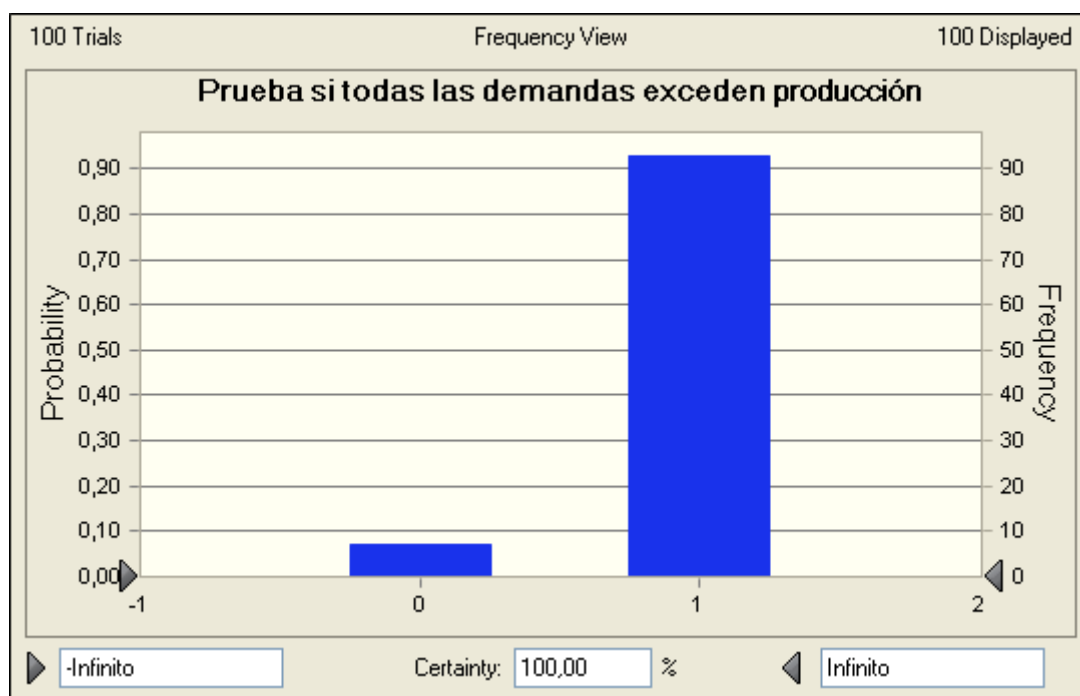
## Optimización en incertidumbre



El gráfico muestra las soluciones factibles y las no factibles y la mejor (óptima) de las factibles.

También hay otro tipo de gráficos que permiten visualizar las distribuciones de la CMT obtenida y el requerimiento solicitado. Por ejemplo, para una simulación cualquiera:





Sin duda que este análisis ayuda en las decisiones con incertidumbre. Por supuesto, la realidad que se presente a posteriori marcará definitivamente el grado de optimalidad de la decisión que oportunamente se tomó.

Pero al menos la técnica brinda claramente su apoyo para tomar una buena decisión y esperar posteriormente un buen resultado.

Desde otro punto de vista, si se tuviera, por ejemplo, un problema decisorio de 6 variables todas las combinaciones posibles requerirían 1.000.000 de simulaciones ( $10^6$  alternativas) con un enorme tiempo de computadora. El software hace una búsqueda inteligente de las soluciones óptimas o cercanamente óptimas y encuentra las mismas entre grandes conjuntos de posibles alternativas, aún cuando explora solamente una pequeña fracción de ellas.

## 9. APLICACIONES

Las técnicas de optimización y simulación, combinadas, pueden ser aplicadas a multitud de situaciones decisorias de la Organización.

Por supuesto que los modelos deberán ser parametrizados correctamente y ajustados según sus características. Por ejemplo, a mayor número de variables de decisión mayor serán la cantidad mínima de simulaciones, o según la versión del software habrá un límite máximo de restricciones, requerimientos o variables de decisión.

A continuación se insertan sólo algunos ejemplos o casos en los cuales es viable y aconsejable el uso de la técnica comentada:

### a) Precios en hoteles

Variables de decisión: precios en distinto tipo de habitaciones

Variables de ingreso inciertas: elasticidades precio de habitaciones

Pronóstico: ingresos del establecimiento (maximizar)

### b) Selección de inversiones con restricciones presupuestarias

Variables de decisión: distintos proyectos de inversión

Variables de ingreso inciertas: ingresos de cada inversión y porcentaje de éxito en el mismo.

Pronóstico: ingresos finales de las inversiones seleccionadas (maximizar)

Restricciones: presupuestarias en la inversión

c) Contaminación de un proceso

Variables de decisión: distintas técnicas de proceso

Variables de ingreso inciertas: grado de contaminación (medido en diferentes índices) que produce cada técnica de proceso.

Pronóstico: costo de cada técnica de proceso (minimizar)

Requerimiento: que la contaminación no supere determinado límite

d) Perforación y extracción petrolera

e) Six Sigma o problemas de calidad

f) Sistema de inventarios

g) Combustible transportado entre diferentes niveles de la cadena de abastecimiento

y muchos otros que constituyen la gran mayoría de los problemas decisorios organizaciones en donde coexistan variables de decisión, incertidumbre y variables a optimizar, con pocas o muchas restricciones y con pocos o muchos requerimientos especiales.

## **10. CONCLUSIÓN**

La técnica que combina optimización y simulación permite alcanzar niveles satisfactorios de apoyo para la toma de decisiones y es, por lo tanto, aconsejable su utilización.

El presente trabajo pretende una visualización de la misma en su conjunto, pero sólo su aplicación concreta a problemas de una Organización determinada, con el adecuado uso del software pertinente, permitirá descubrir su verdadera utilidad.

## 11. BIBLIOGRAFÍA

- ALBERTO, Catalina - CARIGNANO, Claudia - "APOYO CUANTITATIVO A LAS DECISIONES" – Segunda Edición - Asociación Cooperadora de la Facultad de Ciencias Económicas - UNC – Córdoba, 2007 – ISBN 978-987-23497-5-2
- ERCOLE, Raúl - ALBERTO, Catalina - CARIGNANO, Claudia - "MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA GESTIÓN" - Segunda Edición - Asociación Cooperadora de la FCE - UNC - Córdoba, 2007 - ISBN 978-987-1436-01-9
- ANDERSON, David - SWEENEY, Dennis - WILLIAMS, Thomas - "MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LOS NEGOCIOS" - 9e - Internacional Thomson Editores - México, 2004 - ISBN 970-686-372-9
- BIERMAN, Harold - BONINI, Charles - HAUSMAN, Warren - "ANÁLISIS CUANTITATIVO PARA LOS NEGOCIOS". - Novena Edición - Irwin - McGraw Hill. Bogotá, 2000 - ISBN 0-256-14021-9
- EVANS, James R. - OLSON, David L. - "INTRODUCTION TO SIMULATION AND RISK ANALYSIS". Prentice Hall Inc - New Jersey (USA), 1998 - ISBN 0-13-621608-0
- RAGSDALE, Cliff T. "SPREADSHEET MODELING AND DECISION ANALYSIS" - 3rd. edition - South Western College Publishing. Cincinnati - Ohio (USA), 2001 - ISBN 0-324-02122
- POWELL, Stephen G - BAKER, Kenneth R - "MANAGEMENT SCIENCE - THE ART OF MODELING WITH SPREADSHEETS" - Second Edition - John Wiley & sons - USA, 2007 - ISBN 978-0-470-03840-6