XL CONGRESO ARGENTINO DE PROFESORES UNIVERSITARIOS DE COSTOS

UTILIZACIÓN DE APLICATIVOS DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA RESOLUCIÓN DE MODELOS CUADRÁTICOS DE OPTIMIZACIÓN DE PRECIOS Y MEZCLA DE PRODUCCIÓN Y COMERCIALIZACIÓN EN MERCADOS COMPETITIVOS

Categoría propuesta: Aporte a la disciplina

Autor
Daniel Farré (Socio activo) – FCE UBA
(Dfarre@paradigma.com)

Colaborador
Laura Ghezzi (Socia Adherente) – FCE UBA
(laura.ghezzi@estudiocble.com.ar)

Mendoza, Agosto 2017.

“Trabajo aprobado por la COMISIÓN TÉCNICA al solo efecto de ser publicado en los congresos del IAPUCO”

INDICE

UTILIZACIÓN DE APLICATIVOS DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA RESOLUCIÓN DE MODELOS CUADRÁTICOS DE OPTIMIZACIÓN DE PRECIOS Y MEZCLA DE PRODUCCIÓN Y COMERCIALIZACIÓN EN MERCADOS COMPETITIVOS

Categoría propuesta: Aporte a la disciplina

Resumen: El trabajo propone difundir modelos cuadráticos de optimización de precios y mezclas de productos ante restricciones de capacidad productiva y de comercialización, teniendo en cuenta contextos de mercados competitivos, en donde las funciones de ingresos tienen un comportamiento no lineal por la necesidad de reducir el precio para aumentar el volumen de ventas (considerando la elasticidad precio-demanda como una variable relevante del modelo).

Esta visión del problema conlleva la imposibilidad de la utilización del método tradicional de programación **lineal**, debiendo utilizar programación **cuadrática**.

Se despliega un modelo determinista con objetivos económicos de maximización de utilidad, asumiendo el conocimiento de la elasticidad, sustentado por herramientas de tecnología informática disponibles en el mercado y de uso generalizado. El modelo cuadrático desarrollado, en donde las funciones de ingresos tienen un comportamiento no lineal por la necesidad de reducir el precio para aumentar el volumen de ventas, sólo requiere una clara definición de la función objetivo (considerando el comportamiento de ingresos en función de la elasticidad precio-demanda surgida de estudios de mercado habituales) y las funciones técnicas que representan las restricciones, utilizando información diferencial y proyectada al futuro.

Palabras clave: Elasticidad, precios, mercados competitivos, modelo cuantitativo, investigación operativa cuadrática, planilla electrónica, TI

1) OBJETIVO DE LA PONENCIA

El trabajo propone difundir modelos cuadráticos de optimización de precios y mezclas de productos ante restricciones de capacidad productiva y de comercialización, teniendo en cuenta contextos de mercados competitivos, en donde las funciones de ingresos tienen un comportamiento no lineal por la necesidad de reducir el precio para aumentar el volumen de ventas (considerando la elasticidad precio-demanda como una variable relevante del modelo).

Esta visión del problema conlleva la imposibilidad de la utilización del método tradicional de programación **lineal**, debiendo utilizar programación **cuadrática**.

Se despliega un modelo determinista con objetivos económicos de maximización de utilidad, asumiendo el conocimiento de la elasticidad en base a estudios de mercado, sustentado por herramientas de tecnología informática disponibles en el mercado y de uso generalizado.

2) COMPORTAMIENTO DE INGRESOS EN MERCADOS COMPETITIVOS

En el modelo clásico marginalista, las ventas se representan manteniendo constantes a los precios, sin importar el nivel de actividad, como si no existiera relación entre precios y demanda.

En mercados competitivos, que son mayoría a partir de fines del siglo XX, las variables físicas de producción se definen a partir de la demanda, y ésta a su vez es resultante de la variable precio.

En todos los mercados en los que la empresa puede definir el precio de sus productos, ésta debiera recurrir a estudios de mercado para medir la probable respuesta de los clientes ante distintos tipos de precios dentro de un rango de actividad en análisis, determinando la curva explicada por la Elasticidad precio-demanda.

Para el desarrollo de la presente ponencia, proponemos ejemplificar con un caso de producción y comercialización de dos productos: XX y ZZ.

Se estudia comercializar el producto XX en un rango de precios entre 76$/kg y 88$/kg; identificando una modelización de la relación con la demanda mensual con el siguiente algoritmo: Qxx = 500 – (5 . Pxx). Expresado en términos de Elasticidad, esto será equivalente a un valor de -4 para la situación base de precio = 80$/kg (Qxxbase=100kg).

La representación gráfica de la figura 1, demuestra un comportamiento de las Ventas de tipo cuadrático negativo, en una curva cóncava. Siendo Ventas el producto del volumen con el precio, el algoritmo resultante será de:

$$Vxx = 500\ Pxx - 5\ Pxx^2$$

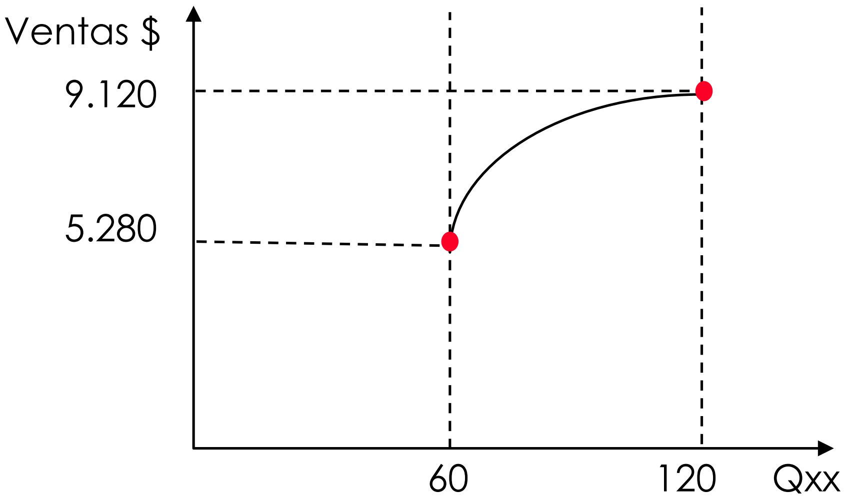


Fig.1 – Elaboración propia

En forma análoga, el producto ZZ piensa ser comercializado en un rango de precios entre 92$/kg y 116$/kg; identificando una modelización de la relación con la demanda mensual con el siguiente algoritmo: Qzz = 700 – (5 . Pzz). Expresado en términos de Elasticidad, esto será equivalente a un valor de -2,5 para la situación base de precio = 100$/kg (Qzz=200kg).

La representación gráfica de la figura 2, demuestra un comportamiento análogo de la curva

$$Vzz = 700\ Pzz - 5\ Pzz^2$$

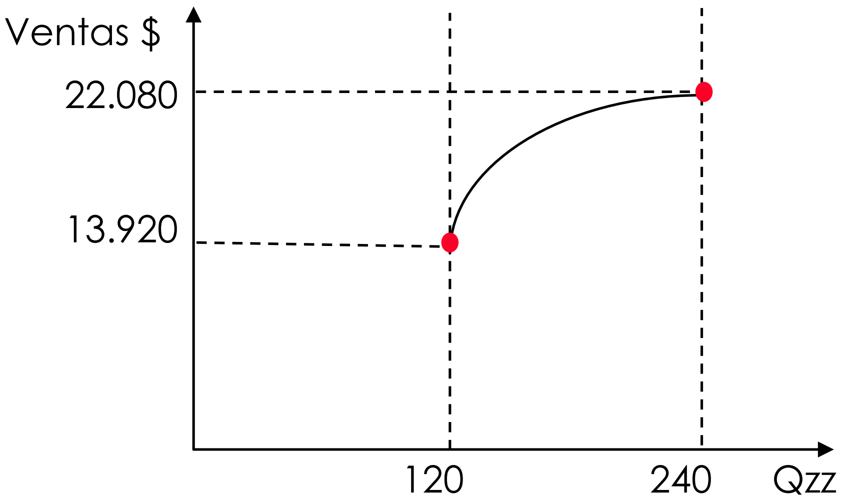


Fig.2 – Elaboración propia

3) COMPORTAMIENTO DE COSTOS EN RANGOS DE ACTIVIDAD EN ANÁLISIS:

Para el rango de actividad en análisis, los costos fijos de estructura y operativos se mantendrán constantes, por cuanto no serán relevantes para nuestro caso de decisión (no son diferenciales). Asimismo, se asume, dentro de este rango, un único costo variable unitario para cada uno de los productos.

En el caso, el producto XX tiene un costo variable de 60$/kg en el rango comprendido entre 60 y 120 kg, por cuanto el algoritmo será igual a:

CVTxx= 500 CVUxx – 5 CVUxx.Pxx

En la figura 3 se incorpora la representación de los costos variables a la figura 1:

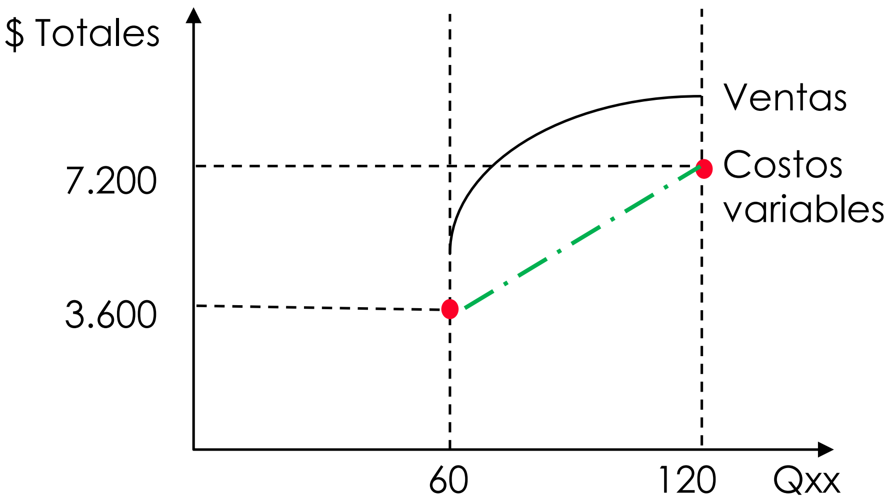


Fig.3 – Elaboración propia

Mientras que el producto ZZ tiene un costo variable de 60$/kg en el rango comprendido entre 120kg y 240 kg, por cuanto el algoritmo resulta

CVTzz= 700 CVUzz – 5 CVUzz.Pzz

En la figura 4 se incorpora la representación de los costos variables a la figura 2:

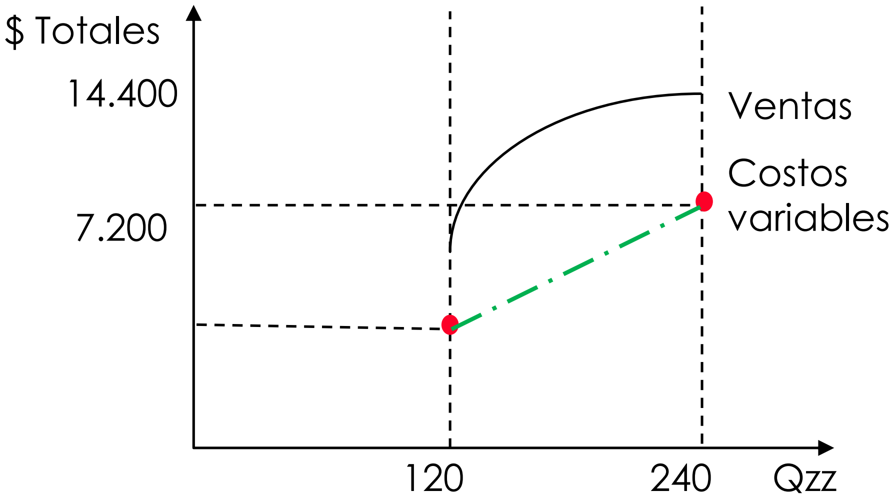


Fig.4 – Elaboración propia

4) OPTIMIZACIÓN DE CONTRIBUCIÓN MARGINAL TOTAL POR PRODUCTO:

Dado el supuesto inicial de Costos Fijos constantes para todo el rango de actividad en análisis, la maximización de la Utilidad se encontrará en el mismo volumen que maximice la Contribución Marginal Total, cuya fórmula resultará de la resta de Ventas menos los Costos Variables Totales.

Para el producto xx:

$CMTxx = 500\ Pxx – 5\ Pxx^2 - [\ 500\ CVUxx – 5\ CVUxx.Pxx\ ]$

$CMTxx = – 5\ Pxx^2 + 800\ Pxx - 30.000$

Para el producto zz:

$CMTzz = 700\ Pzz – 5\ Pzz^2 - [\ 700\ CVUxx – 5\ CVUxx.Pxx\ ]$

$CMTzz = – 5\ Pzz^2 + 1000\ Pzz - 42.000$

Siendo las ventas una curva cóncava y los costos variables totales lineales, el punto óptimo, al que llamaremos punto de equilibrio de acuerdo a la concepción del Dr. Oscar Osorio, se hallará cuando la pendiente de la tangente a la curva de Ingresos sea equivalente a la pendiente de la recta de costos, o lo que es lo mismo, cuando la derivada de la curva de la Contribución Marginal Total sea nula (en dicho punto, la tangente será paralela al eje de cantidades, lo que demuestra el punto de inflexión de la curva que representa nuestra función objetivo a maximizar).

Ejemplificando la determinación del precio óptimo matemáticamente para el producto xx:

$$0 = -5 . 2 . Pxx + 800$$

$$10\ Pxx = 800$$

$$\mathbf{Pxx = 80}$$

$$Qxx = 500 – 5 . 80$$

$$\mathbf{Qxx = 100}$$

$$CMT = 100\ (80 – 60)$$

$$\mathbf{CMT = 2000}$$

En la figura 5 se incorpora la representación del óptimo a la figura 3:

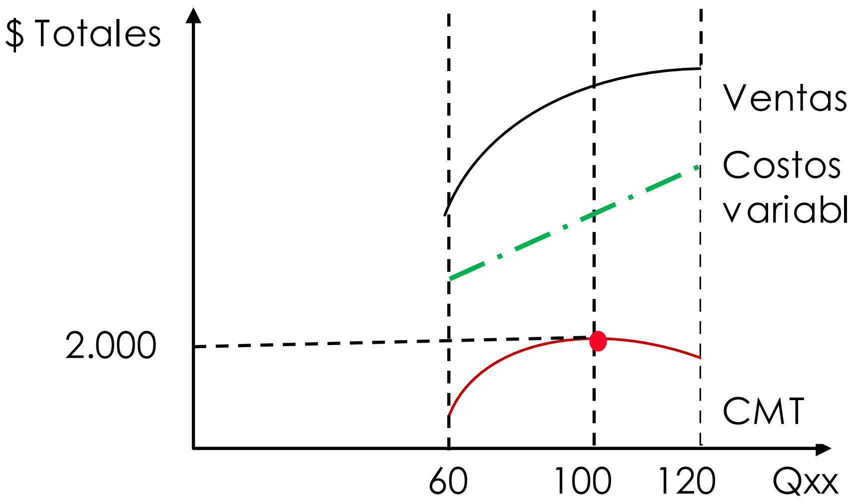


Fig.5 – Elaboración propia

y el producto zz:

0 = -5 . 2 . Pzz + 1000

10 Pzz = 1.000

Pzz = 100

Qzz = 700 – 5 . 100

Qzz = 200

CMT = 200 (100 – 60)

CMT = 8000

En la figura 6 se incorpora la representación del óptimo a la figura 4:

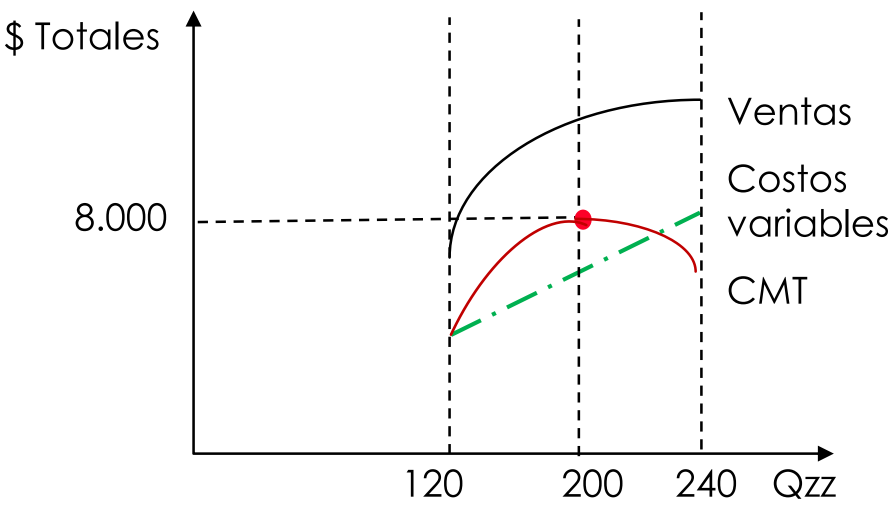


Fig.6 – Elaboración propia

5) MÉTODOS ALTERNATIVOS DE DETERMINACIÓN DE ÓPTIMOS:

Podemos alcanzar el mismo resultado (Precios óptimos: xx=80 y zz=100; Cantidades óptimas: xx=100 y zz=200) utilizando dos métodos alternativos:

5.1) A partir del conocimiento del margen de contribución y la Elasticidad de cada uno de los precios estudiados:

Tal como se desprende del desarrollo publicado en “La Decisión de Cambio de Precios en Empresas Poliproductoras. Influencia de la Elasticidad Precio-Demanda”, el resultado óptimo se halla en el volumen en donde la inversa de la elasticidad precio-demanda (en valor absoluto) coincida con el margen de contribución[1].

Para el producto xx, con el precio de 80$/kg tendremos un margen de contribución del 25% (Mcxx = (80-60) $/kg / 80$/kg) y una elasticidad de -4 (inversa del 25%).

Para el producto zz, con el precio de 100$/kg tendremos un margen de contribución del 40% (Mcxx = (100-60) $/kg / 100$/kg) y una elasticidad de -2,5 (inversa del 40%).

5.2) Utilizando herramientas computarizadas de programación cuadrática:

En todo aquel aplicativo específico de investigación operativa que tenga la funcionalidad de resolución de funciones objetivo cuadráticas, con sólo introducir la función objetivo (La CMT expresada ut supra) y procesar,

Ejemplificando con el uso del aplicativo LINGO, entrando a la opción Solve (Resolver), se debe ingresar la función objetivo del producto XX:
[2]

MAX = – 5 * Pxx ^ 2 + 800 * Pxx - 30000;

Y la del producto ZZ:

MAX = – 5 * Pzz ^ 2 + 1000 * Pzz - 42000;

Ejemplificando con el uso de Premium Solver del Excel (de mayor grado de conocimiento entre los profesionales de Ciencias Económicas), entrando a la opción Datos - Solver, se debe ingresar:

---

[1] De acuerdo al modelo de análisis de sensibilidad ante cambio en el Sistema de Equilibrio desarrollado en Asunción en el II Congreso Internacional de Costos (Osorio-Farré, 1991), manteniendo ceteris paribus todas las variables del hiperplano de equilibrio excepto precio y volumen, la variación de la Utilidad sobre la Utilidad base (objetivo a maximizar) será igual a

$$\frac{\delta U}{U^{\circ}} = \frac{V_a^{\circ}}{U^{\circ}} \left\{ \frac{\delta p_a}{p_a^{\circ}} + \frac{\delta p_a}{p_a^{\circ}} \cdot \varepsilon_a^{\circ} \cdot mc_a^{\circ} + \left(\frac{\delta p_a}{p_a^{\circ}} \right)^2 \cdot \varepsilon_a^{\circ} \right\}$$

Derivando en función de la variación precio e igualando a cero, la optimización de la Utilidad se dará cuando se cumpla:

$$\boxed{\frac{\delta p}{P^{\circ}} = - \frac{\epsilon^{\circ\,-1} + mc^{\circ}}{2}}$$

De allí que, si el margen de contribución iguala la inversa de la elasticidad, no deberá variar el precio para optimizar el resultado.

[2] (http://www.lindo.com/index.php/ls-downloads/try-lingo)

1. La celda donde se encuentra el desarrollo de la función objetivo (– 5 * Pxx ^ 2 + 800 * Pxx - 30000; – 5 * Pzz ^ 2 + 1000 * Pzz - 42000)
2. La opción “Max” (maximizador)
3. Las celdas donde se expresarán los resultados óptimos (celdas de precios óptimos)

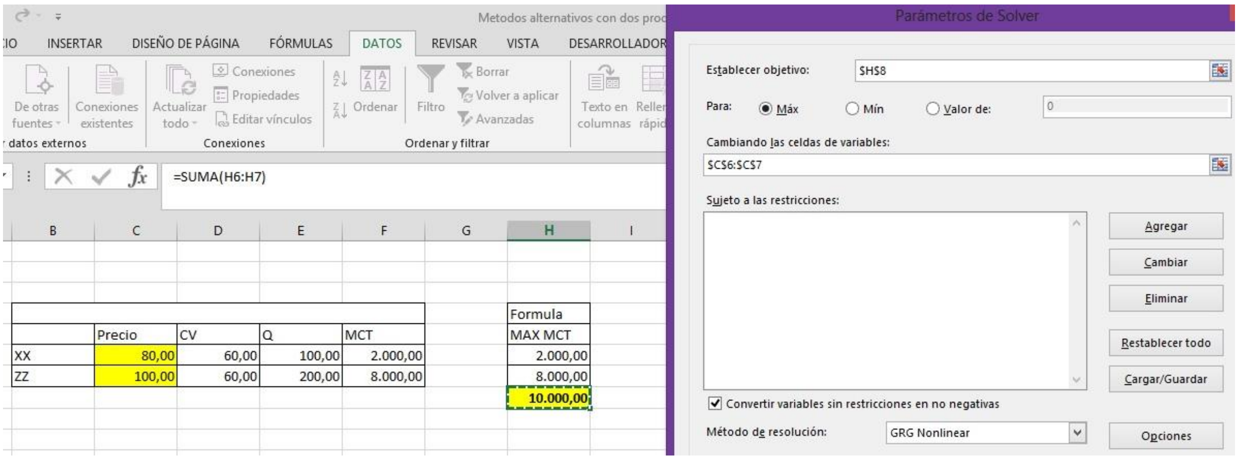


Fig.7 – Elaboración propia

6) IMPACTO DE LAS RESTRICCIONES COMUNES A LOS DOS PRODUCTOS

Si planteamos restricciones para ambos productos (de capacidad y/o de mercado), el decisor requerirá técnicas cuantitativas que le ayuden a identificar la mezcla que se proyecte como óptima para maximizar el objetivo económico.

A tal efecto, incluiremos al ejemplo las siguientes restricciones:

a) De Mercado:
   a. Por cuestiones de imagen, no se podrá comercializar menos de 25kg. mensuales del producto XX ni menos de 15 kg. mensuales del producto ZZ.
   b. El mercado del producto XX no aceptará más de 260 kg. mensuales.
b) Del proceso productivo:
   a. Ambos productos comparten (se pueden dedicar alternativa y excluyentemente a uno sólo de los dos) dos recursos con capacidad limitada:
      i. La máquina de procesamiento, que cuenta con una capacidad máxima factible mensual de 750hs.
      ii. La mano de obra directa a ambos productos, que cuenta con una capacidad máxima factible mensual de 2000hs.
   b. Se precisan:
      i. 2,5 horas máquina para procesar un kilogramo del producto XX
      ii. 2 horas máquina para procesar un kilogramo del producto ZZ
      iii. 5 horas de mano de obra directa para conseguir un kilogramo del producto XX
      iv. 10 horas de mano de obra directa para conseguir un kilogramo del producto ZZ

Representando gráficamente, las restricciones definen un área de factibilidad marcada en la Figura 8:

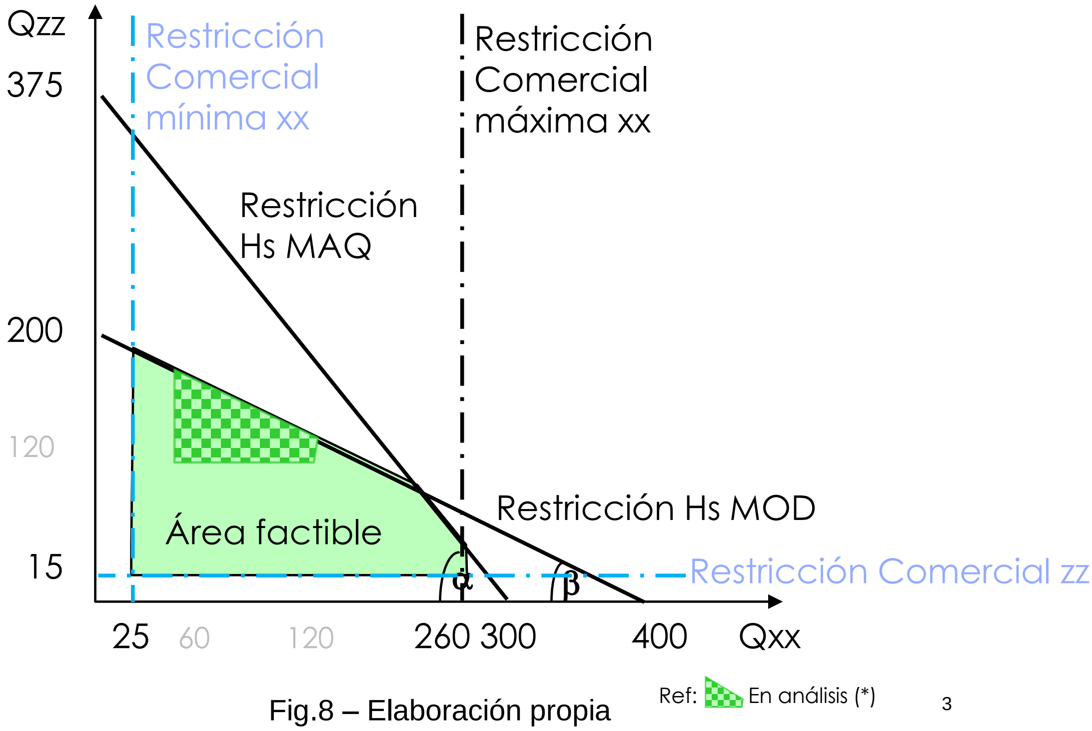


Fig.8 – Elaboración propia [3]

¿Es factible la solución determinada ut supra con estas restricciones?

En la figura 9 se observa la no viabilidad de aquella mezcla, dado que no se cuenta con la capacidad de mano de obra para producir 200 kilogramos de zz (200kg . 10hs/kg = 2.000 hs) y 100 kilogramos de xx (100kg . 5hs/kg = 500 hs) el mismo mes (Capacidad limitada a 2.000 hs.)

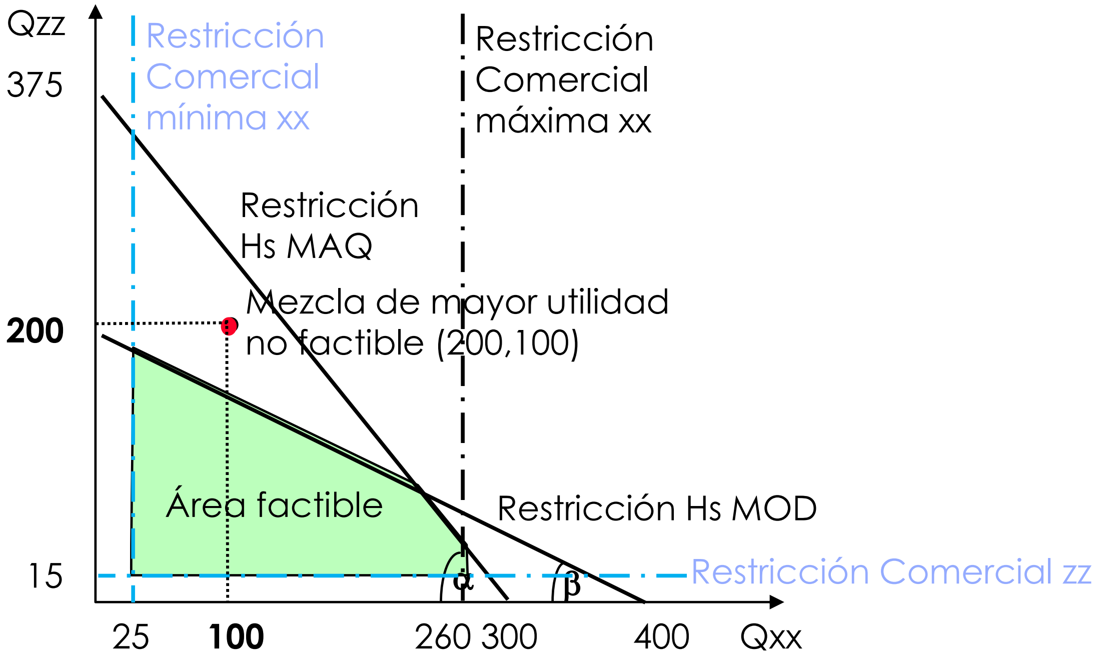


Fig.9 – Elaboración propia

[3] Siendo el rango en análisis para el producto XX (60;120) y el rango para el producto ZZ (120;240) se marca, dentro del área factible, la correspondiente al área en análisis.

Partiendo de la mezcla óptima (200;100) (fuera del área de factibilidad), iremos graficando elipses de isoplusvalor perdiendo valor a medida que se acercan a dicha área. Siendo los ejes de cada una de las elipses de isocontribución marginal paralelos a las coordenadas con su centro en (200;100), los puntos de esta elipse se pueden trasladar mediante sus respectivos vectores y obtener una elipse centrada en origen.

Ante la restricción lineal (en este caso la capacidad de mano de obra directa) el modelo a utilizar debe maximizar el funcional representado por el arco (cuarta parte inferior izquierda de la elipse) de isocontribución marginal. Gráficamente el punto (160; 80) se halla cuando la recta que representa la restricción sea tangente a la elipse de isoplusvalor más alta.

Para ello será preciso definir precios de 84$/kg para el producto XX y 108$ para el producto ZZ. Si tomamos como base el precio de 80$/kg para el producto XX, eso significa que debemos variar un 5% positivo, que, dada la elasticidad de -4, impactará en una disminución del volumen del 20% (-4 * 5%), de 100 kg a 80 kg. Análogamente, tomando como base el precio de 100$/kg para el producto ZZ, variaremos un 8% positivo, que, dada la elasticidad de -2,5, impactará en una disminución del volumen del 20% (-2,5 * 8%), de 200 kg a 160 kg. Ambos valores cumplen con la condición de formar parte del rango en análisis (Para xx: 60 <= 80 <= 120; para zz: 120 <= 160 <= 240).

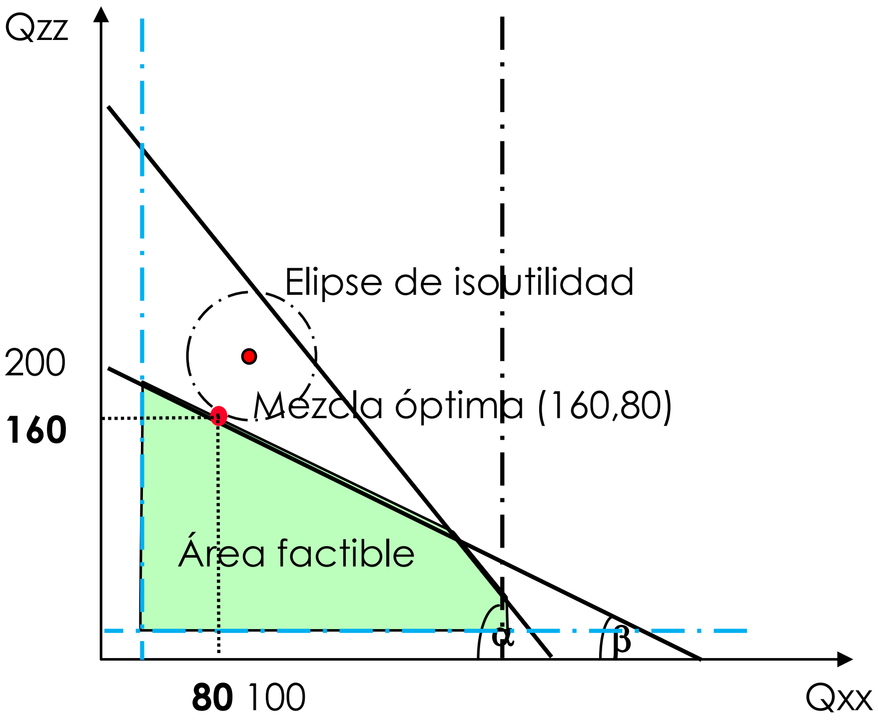


Fig.10 – Elaboración propia

Comprobando los resultados, observamos que en la mezcla obtenida, la contribución marginal total es igual a 9.600$:

CMT = Qxx . (Pxx-CVUxx) + Qzz . (Pzz-CVUzz)

CMT óptima = 80kgxx . (84$/kgxx-60$/kgxx) + 160kgzz . (108$/kgzz-60$/kgzz)

CMT óptima = 1.920 $ + 7.680 $ = **9.600 $**

¿Es el mejor aprovechamiento de la capacidad de 2.000 horas de mano de obra directo (factor clave)?: Si, porque si dedicáramos diez horas menos al producto XX (equivalente a dos kgs de xx) para dedicárselo al producto ZZ (equivalente a un kg de zz), la contribución marginal total descendería a 9.599$, e idéntico descenso surgiría del reemplazo inverso: dedicándole diez horas más al producto XX por sustitución de las dedicadas de menos al producto ZZ (por la condición de cuadrática del algoritmo definido ut supra):

CMT = 78kgxx . (84,4$/kgxx-60$/kgxx) + 161kgzz . (107,80$/kgzz-60$/kgzz)

CMT = 1.903,20 $ + 7.695,80 $ = **9.599 $**

CMT = 82kgxx . (83,6$/kgxx-60$/kgxx) + 159kgzz . (108,20$/kgzz-60$/kgzz)

CMT = 1.935,20 $ + 7.663,80 $ = **9.599 $**

Utilizando métodos cuantitativos, se deberá:

1) Formular la función objetivo

   CMT = – 5 . Pxx^{2} $^{+}$800 . Pxx - 30.000 – 5 . Pzz$^{2\,+}$1000 . Pzz - 42.000;

2) Formular los algoritmos de las restricciones comerciales y productivas:

   a. Restricciones comerciales de mínimo
      Qxx >= 25
      Qzz >= 15
   b. Restricciones comerciales de máximo
      Qxx <= 260
   c. Restricciones de horas máquina
      Qxx . 2.5 + Qzz . 2 <= 750
   d. Restricciones de horas MOD
      Qxx . 5 + Qzz . 10 <= 2000;

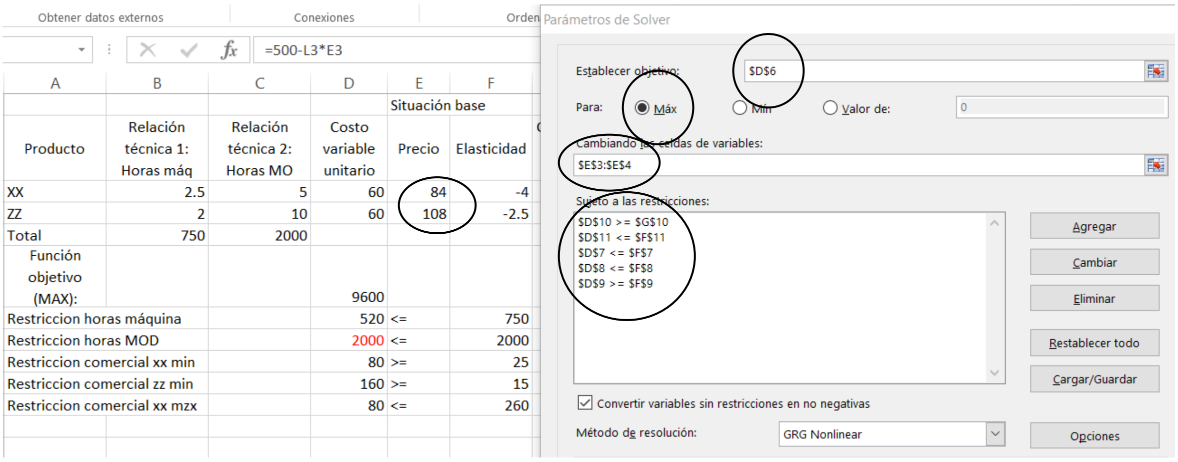
Ejemplificando con el uso del aplicativo LINGO, entrando a la opción Solve (Resolver), se debe ingresar estos algoritmos de acuerdo a su nomenclatura específica:

```
! Maximizar Contribución marginal
        MAX = – 5 * Pxx ^ 2 + 800 * Pxx - 30000 – 5 * Pzz ^ 2 + 1000 * Pzz -
42000;
! Restricciones comerciales de mínimo
        Qxx >= 25;
        Qzz >= 15;
! Restricciones comerciales de máximo
        Qxx <= 260;
! Restricciones de horas máquina
        Qxx * 2.5 + Qzz * 2 <= 750;
! Restricciones de horas MOD
        Qxx * 5 + Qzz * 10 <= 2000;
```

Ejemplificando con el uso de Premium Solver del Excel, entrando a la opción Datos - Solver, se debe ingresar:

1. La celda donde se encuentra el desarrollo de la función objetivo

2. Max (maximizador)
3. Las celdas donde se expresarán los resultados óptimos (celdas de precios óptimos)
4. Las celdas donde se encuentran las fórmulas de las restricciones y los valores extremo (agregar un renglón por cada restrictor).



				Situación base	
Producto	Relación técnica 1: Horas máq	Relación técnica 2: Horas MO	Costo variable unitario	Precio	Elasticidad
XX	2.5	5	60	84	-4
ZZ	2	10	60	108	-2.5
Total	750	2000			
Función objetivo (MAX):			9600		
Restriccion horas máquina			520	<=	750
Restriccion horas MOD			2000	<=	2000
Restriccion comercial xx min			80	>=	25
Restriccion comercial zz min			160	>=	15
Restriccion comercial xx mzx			80	<=	260

Fig.11 – Elaboración propia

Ante el procesamiento de la función RESOLVER, en las celdas señaladas aparecerán los resultados buscados (punto 3., precio de xx=84$/kg y precio de zz=108$/kg), y, dado que las fórmulas están interrelacionadas, cambiarán las cantidades (80kg. de xx y 60kg. de zz) y los consumos proyectados de los restrictores (520 horas máquina –determinando una capacidad ociosa de 230 hs.-; 2000 horas mano de obra directa –aprovechando la capacidad máxima-).

7) CASO DE EXISTENCIA DE CAPACIDAD OCIOSA SIN APROVECHAR

Si modificáramos los datos planteados en el punto anterior, de manera tal de encontrar la mezcla de puntos óptimos individuales determinados ut supra (en 4) dentro del área factible no será necesario continuar con la aplicación del método cuantitativo planteado. Cualquier otro punto dentro del polígono de resolución representará un valor de Contribución Marginal Total menor, dada la forma cóncava del plano que representa la función objetivo. Dicho de otra manera, las elipses de isocontribución marginal que se van formando alrededor de dicho punto representarán valores menores, a medida que se alejan de él.

Podemos ejemplificar modificando la restricción del proceso productivo “mano de obra directa” aumentando su capacidad máxima factible mensual a 2700hs.

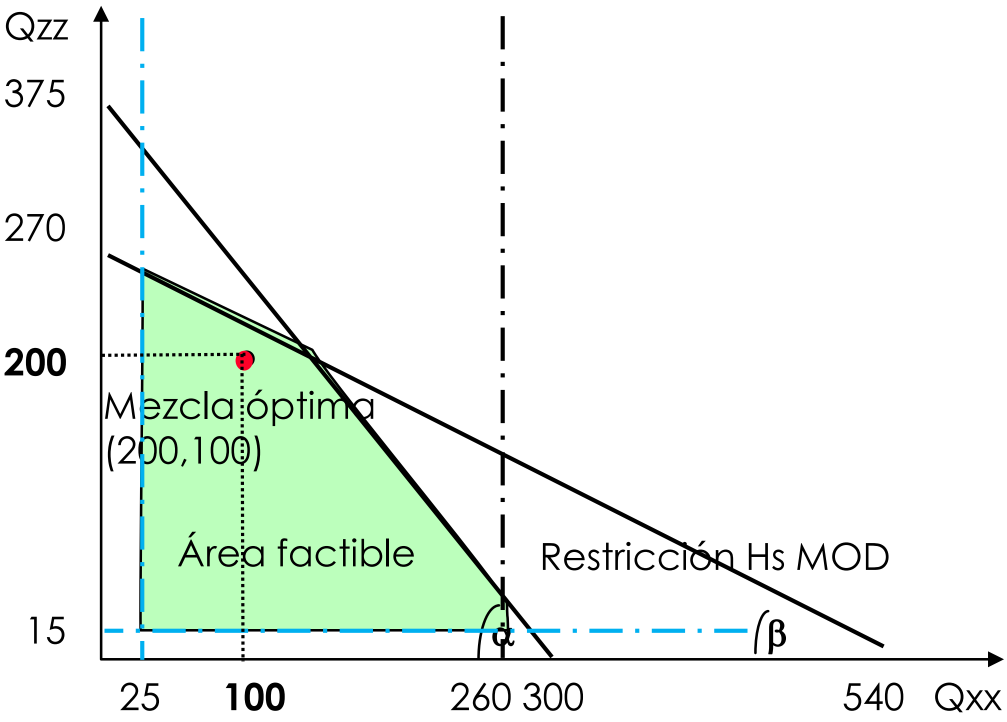


Fig.12 – Elaboración propia

Esta situación determinará la existencia de capacidades ociosas en todos los recursos señalados en el inicio como como restrictores. Para aprovechar aquel potencial de agregado de valor sin afectar los resultados negativamente, en mercados de posible segmentación de clientes, dicha capacidad ociosa se puede dedicar a producir un bien de marca diferenciada sin afectar el precio original.

8) EXTENSIÓN DEL MODELO A MÚLTIPLES PRODUCTOS

Volviendo al caso original, el hecho de trabajar con sólo dos productos permite su representación y resolución gráfica. Si ampliamos el número, sólo podremos calcular el óptimo con el uso de herramientas cuantitativas.

Para su desarrollo, agregamos al modelo los productos AA y BB, de la siguiente manera:

Se estudia comercializar el producto AA en un rango de precios entre 30$/kg y 50$/kg (de costos variables unitarios iguales a 20$/kg); identificando una modelización de la relación con la demanda mensual con el siguiente algoritmo: Qaa = 360 – (6 . Paa). Expresado en términos de Elasticidad, esto será equivalente a un valor de -2 para la situación base de precio = 40$/kg (Qaa base=120kg).

En forma análoga, el producto BB piensa ser comercializado en un rango de precios entre 50$/kg y 70$/kg (de costos variables unitarios iguales a 40$/kg); identificando una modelización de la relación con la demanda mensual con el siguiente algoritmo: Qbb = 320 – (4 . Pbb). Expresado en términos de Elasticidad, esto será equivalente a un valor de -3 para la situación base de precio = 60$/kg (Qbb=80kg).

Ambos productos comparten el mismo proceso productivo, precisándose:

a. 2 horas máquina para procesar un kilogramo del producto AA

b. 2 horas máquina para procesar un kilogramo del producto BB
c. 2 horas de mano de obra directa para conseguir un kilogramo del producto AA
d. 4 horas de mano de obra directa para conseguir un kilogramo del producto BB

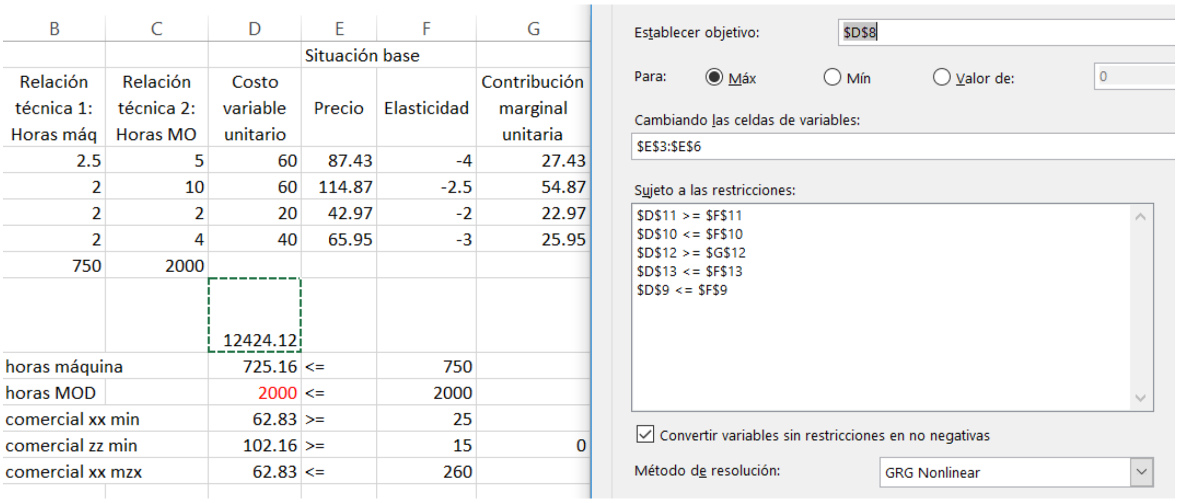
En este caso extendido, la nueva función objetivo será:

CMT = – 5 . Pxx^2 + 800 . Pxx - 30.000 – 5 . Pzz^2 + 1000 . Pzz - 42.000 – 6 . Paa^2 + 480 . Paa - 7.200 – 4 . Pbb^2 + 480 . Pbb - 12.800

Y se modifican los algoritmos de las dos restricciones productivas:

e. Restricciones de horas máquina
Qxx . 2.5 + Qzz . 2 + Qaa . 2 + Qbb . 2 <= 750
f. Restricciones de horas MOD
Qxx . 5 + Qzz . 10 + Qaa . 2 + Qbb . 4 <= 2000;

Ejemplificando con el uso de Premium Solver del Excel, entrando a la opción Datos - Solver, se debe modificar el rango de celdas donde expresar los resultados óptimos (celdas de los 4 precios óptimos). La resolución, ahora, será de:



B	C	D	E	F	G
			Situación base		
Relación técnica 1: Horas máq	Relación técnica 2: Horas MO	Costo variable unitario	Precio	Elasticidad	Contribución marginal unitaria
2.5	5	60	87.43	-4	27.43
2	10	60	114.87	-2.5	54.87
2	2	20	42.97	-2	22.97
2	4	40	65.95	-3	25.95
750	2000				
		12424.12			
horas máquina		725.16	<=	750	
horas MOD		2000	<=	2000	
comercial xx min		62.83	>=	25	
comercial zz min		102.16	>=	15	0
comercial xx mzx		62.83	<=	260	

Fig.13 – Elaboración propia

La solución sugiere establecer los precios en:

- 87,43$/kg para el producto XX;
- 114,87$/kg para el producto ZZ;
- 42,97$/kg para el producto AA y
- 65,95$/kg para el producto BB

Dadas las elasticidades asumidas en el supuesto, se proyectan las siguientes cantidades:

- producto XX: 62,83 kg (la variación de un 9,29% positivo, dada la elasticidad de -4, impactará en una disminución del volumen del 37,17% (-4 * 9,29%)
- producto ZZ: 125,67 kg (la variación de un 14,87% positivo, dada la elasticidad de -2,5, impactará en una disminución del volumen del 37,17% (-2,5 * 14,87%)
- producto AA: 102,16 kg (la variación de un 7,43% positivo, dada la elasticidad de -2, impactará en una disminución del volumen del 14,87% (-2 * 7,43%)

- producto BB: 56,21 kg (la variación de un 9,91% positivo, dada la elasticidad de -3, impactará en una disminución del volumen del 29,73% (-3 * 9,91%)
- Todos los valores cumplen con la condición de formar parte del rango en análisis (Para xx: 60 <= 62,83 <= 120; para zz: 120 <= 125,67 <= 240; para aa: 100 <= 102,16 <= 140; para bb: 40 <= 56,21 <= 120).

Obteniendo un resultado (Contribución marginal total óptima) igual a $12.424,12, aprovechando el total de 2000 horas de mano de obra directa (factor clave) y dejando una capacidad ociosa de 24,84 horas máquina (750hs-725,16hs).

9) CONCLUSIONES

La vigencia del Análisis Marginalista tradicional (técnica CUV), considerando precios constantes sin importar el nivel de actividad, desconoce la relación entre precios y demanda que existe hoy en día en los mercados competitivos, que son mayoría a partir de fines del siglo XX.

El trabajo demuestra que, con el empleo de métodos cuantitativos y las herramientas que el avance de TI disponibilizó se pueden sustentar mejores decisiones en las empresas, sin necesidad de modelos matemáticos manuales complejos.

El modelo cuadrático de optimización de mezclas de productos ante restricciones de capacidad productiva y de comercialización, teniendo en cuenta contextos de mercados competitivos, en donde las funciones de ingresos tienen un comportamiento no lineal por la necesidad de reducir el precio para aumentar el volumen de ventas sólo requiere una clara definición de la función objetivo (considerando el comportamiento de ingresos en función de la elasticidad precio-demanda surgida de estudios de mercado) y las funciones técnicas que representan las restricciones, utilizando información diferencial y proyectada al futuro.

Finalmente, y dado el ámbito académico de IAPUCo donde se presenta la ponencia, ponemos a disposición de todos los docentes el mismo caso en forma de ejercicio para incorporar en las guías de trabajos prácticos, juntamente con su solución en planilla electrónica con módulo Solver para su resolución en la herramienta durante las clases prácticas.

BIBLIOGRAFÍA

(1) David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams, Jeffrey D. Camm, Kipp Martin (2011). **“Métodos cuantitativos para los negocios”** - 11a. ed. –Cengage Learning Editores, México DF, México. ISBN-13: 978-607-481-697-6 // ISBN-10: 607-481-697-2

(2) O. Osorio (1995). **“El Sistema de Equilibrio en la Empresa. El análisis de las Relaciones Costo – Volumen – Utilidad**“ – Documentos y Monografías Nro 6 del IAPUCO, Buenos Aires, Argentina.

(3) O. Osorio y D. Farré (1993). **“La Decisión de Cambio de Precios en Empresas Poliproductoras. Influencia de la Elasticidad Precio-Demanda”** – Anales del III Congreso Internacional de Costos – Madrid, España.

(4) D. Farré y F. Bordoli (2002). **“Modelización de decisiones en un contexto de restricciones”** – Anales del XXV Congreso IAPUCo – Buenos Aires, Argentina.